



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

GRADO EN INGENIERÍA DE LOS RECURSOS ENERGÉTICOS



Trabajo de Fin de Grado:

***“Modelización Deformacional de una
Presa: aplicación a la Presa de la Cohilla”***

***“Deformational Modelling of a Dam:
application to Cohilla Dam”***

- *Autor:*
ÁNGEL JUNCO CARRANDI
- *Director/es:*
JULIO MANUEL DE LUIS RUIZ
RAÚL PEREDA GARCÍA
- *Convocatoria:*
SEPTIEMBRE 2019



A mi madre, Lourdes; por enseñarme la bondad, la paciencia y el dar sin recibir nada a cambio.

A mi padre, Ángel, por enseñarme el esfuerzo, el sacrificio y el trabajo.

Y en general a ambos, por no darme nunca por perdido, a pesar de que no les daba motivos para pensar lo contrario.

A mi hermana, a mi familia al completo y a aquellos que ya no están.

A Borja García y a Juan Manuel Martín, quienes han sido los que realmente han estado de principio a fin en este trayecto.

A mis compañeros de universidad, especialmente a aquellos con los que más horas pasé.

A mis compañeros del instituto, de los que guardo un gran recuerdo de todos ellos.

A todos y cada uno de los profesores que me dieron clase, ya fuera una hora, un día o un año, desde el Matilde de la Torre hasta el día de hoy, con especial cariño a Antonio Malpelo.

A todos mis compañeros de bolos y de baloncesto a lo largo de mi vida, a las peñas bolísticas Sobarzo, La Portilla y Darío Gutiérrez y al grupo de árbitros de la Federación Cantabra de Baloncesto a la cual pertenezco felizmente desde 2018.

A mis compañeros de prácticas en Solvay y Global Steel Wire particularmente a Carlos Aladjem, Laura Arenas y Jon Díaz, mis tutores profesionales.

Mención especial a Bridgestone, donde también estuve de prácticas durante un año completo, donde guardo especial cariño de todos, de mis compañeros de departamento: Talledo, Elías, Acebal y Ana, del grupo de operarios, fundamentalmente: Poldo, "Pollu", Giovanni y Juan, y del colectivo de becarios que allí coincidimos.

A mi tutor de Trabajo Fin de Grado, Julio Manuel de Luis Ruiz, no solo por este trabajo, sino por su labor como profesor y director de la Escuela.

Y, por último, pero no por ello menos importante, a Marta Rodrigo Sarabia, a la cual conocí durante mi etapa universitaria. Das luz a mis días más oscuros y haces aún más felices aquellos que ya lo son.

En definitiva, a toda persona que me ayudó a lo largo de la vida desinteresadamente y se preocupó por mi situación académica en algún momento. Hoy soy quien soy gracias a todas y cada una de las personas que pasaron por mi vida. Todas esas personas me ayudaron a llegar hasta donde he llegado y también hasta donde llegaré.

Que estas líneas sirvan como agradecimiento para todos ellos.



ÍNDICE

1.	Introducción	18
1.1	Valle del Nansa.	18
1.1.1	Localización.....	18
1.1.2	Clima.	18
1.1.3	Flora.	19
1.1.4	Fauna.	20
1.2	Río Nansa	23
1.3	Presa de la Cohilla.....	26
1.3.1	Localización.....	26
1.3.2	Historia de la Presa.	26
1.3.3	Control Geométrico de la Estructura.....	29
1.3.4	Características.....	32
1.4	Salto del Nansa.	36
1.5	Aprovechamiento Energético.....	37
1.5.1	Central de Peña de Bejo.....	37
1.5.2	Central de Rozadío.....	38
1.5.3	Central de Celis.	40
1.5.4	Central de Herrerías.	42
1.5.5	Consideraciones finales.....	43
1.6	Impacto Ambiental.	46
1.6.1	Concesiones del río Nansa.....	46
1.6.2	Impacto del Aprovechamiento Energético.....	48
1.6.3	Medidas frente al Impacto Ambiental.....	49
1.7	Alcance y Objetivos.	51
2.	Estado del Arte.....	55
2.1	Introducción a la Auscultación.	55
2.1.1	Tipos de Auscultación.....	55
2.1.2	Sensores Utilizados en las Auscultaciones.....	56
2.1.3	Encuadre Referencial.	58
2.1.4	Control de Movimientos.	58
2.1.5	Definición de Escenarios.	58
2.1.6	Elementos Participantes.	58
2.2	Auscultación Geodésica Planimétrica.	61
2.2.1	Angular.....	61



2.2.2	Distanciométrica.....	73
2.2.3	Otros Tipos de Auscultación.....	83
2.3	Auscultación Geodésica Altimétrica.....	86
2.3.1	Introducción.....	86
2.3.2	Nivelación Geométrica.....	86
2.4	Consideraciones Finales.....	89
3.	Metodología.....	93
3.1	Modelización.....	93
3.1.1	Definición y Conceptos.....	93
3.1.2	Tipos de Modelos Matemáticos.....	95
3.2	Distribución de Probabilidad.....	96
3.2.1	Normal.....	96
3.2.2	Exponencial.....	97
3.2.3	Uniforme.....	97
3.3	Métodos Clásicos.....	99
3.3.1	Introducción.....	99
3.3.2	Correlación Lineal.....	99
3.3.3	Regresión Lineal Simple.....	100
3.3.4	Regresión Lineal Múltiple.....	101
3.3.5	Contraste de Hipótesis.....	101
3.4	Consideraciones Finales.....	104
4.	Resultados.....	108
4.1	Introducción.....	108
4.1.1	Obtención de Datos.....	108
4.1.2	Tratamiento de los Datos.....	108
4.2	Datos.....	110
4.2.1	Péndulo.....	110
4.2.2	Auscultación Clásica.....	111
4.2.3	Nivelación.....	113
4.3	Modelización.....	114
4.3.1	Consideraciones iniciales.....	114
4.3.2	Procedimiento.....	114
4.4	Resultados Obtenidos.....	114
4.4.1	Péndulo.....	114
4.4.2	Auscultación Clásica.....	123
4.4.3	Nivelación.....	129

4.4.4	Resumen.....	136
4.5	Contraste de los Resultados y Conclusiones.....	138
4.5.1	Exclusión de Datos Anómalos.....	138
4.5.2	Estimaciones.....	146
5.	Conclusiones.....	151
5.1	Péndulo.....	151
5.2	Auscultación Geodésica.....	152
5.3	Nivelación Geométrica.....	153
5.4	Consideraciones Finales.....	154
6.	Bibliografía.....	158

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1-1 – Distribución mensual de temperaturas y precipitaciones en Terán, Cantabria.....	19
Ilustración 1-2 – La presa de la Cohilla rodeada de vegetación.	20
Ilustración 1-3 – Ejemplo de Salmón atlántico.	20
Ilustración 1-4 – Familia de oso pardo ibérico.....	21
Ilustración 1-5 – Localización de la Cuenca Hidrográfica del Nansa.	23
Ilustración 1-6 – Curso del Río Nansa.	24
Ilustración 1-7 - Situación de Polaciones y Tudanca en el marco cántabro.....	26
Ilustración 1-8 – Vista en planta de la presa.	27
Ilustración 1-9 - Vista en perfil de la presa.	28
Ilustración 1-10 – Estado de las obras en 1946.	28
Ilustración 1-11 – Estado de las obras en 1949.	29
Ilustración 1-12 – Disposición de las dianas de puntería.....	31
Ilustración 1-13 – Detalle de las dianas de puntería (en rojo).....	31
Ilustración 1-14 – Sistema de referencia de la auscultación geodésica.....	32
Ilustración 1-15 – Ejemplo de presa de bóveda.	33
Ilustración 1-16 – Detalle del aliviadero del embalse.	34
Ilustración 1-17 – Ubicación de los diferentes presas y centrales a lo largo del río.	37
Ilustración 1-18 - Agua embalsada de la Presa de la Cohilla.	37
Ilustración 1-19 – Croquis del Salto de Peña de Bejo.	38
Ilustración 1-20 – Canal de Rozadío en una imagen de archivo.	39
Ilustración 1-21 – Detalle de las tuberías forzadas.....	39
Ilustración 1-22 – Croquis del Salto de Rozadío.	40
Ilustración 1-23 – Sifón en un imagen de la década de los 60.	41
Ilustración 1-24 – Croquis del Salto de Celis.....	41
Ilustración 1-25 – Central de Herrerías y conducto.	42
Ilustración 1-26 – Croquis del Salto de Herrerías.....	43
Ilustración 1-27 – Comparación entre las diferentes centrales del Río Nansa....	44
Ilustración 1-28 – Escala de peces de Palombera (a la derecha de la foto) en los años 50.....	49
Ilustración 1-29 – Fase de construcción del paso de peces.	50
Ilustración 2-1 – Dimensiones habituales de un pilar de auscultación.....	59
Ilustración 2-2 – Croquis de los puntos intervinientes en una auscultación.....	61
Ilustración 2-3 – Ejemplo de Intersección Directa.	62

Ilustración 2-4 – Ejemplo de Intersección Inversa Múltiple.....	63
Ilustración 2-5 – Intersecciones directas que surgen por cada diana de puntería.	65
Ilustración 2-6 – Error angular en las intersecciones.....	65
Ilustración 2-7 – Valor del diámetro conjugado de la elipse.	66
Ilustración 2-8 – Desplazamiento angular entre dos medidas.	68
Ilustración 2-9 – Desplazamiento de la diana de puntería.....	69
Ilustración 2-10 – Variación de coordenadas de una campaña a otra.	69
Ilustración 2-11 – Desviaciones máxima y mínima dentro de la elipse de error.	71
Ilustración 2-12 – Ángulos existentes entre un determinado pilar y diversos puntos de seguridad.	71
Ilustración 2-13 – Aplicación del método general de variación de coordenadas.	72
Ilustración 2-14 – Errores producidos en las mediciones.	74
Ilustración 2-15 – Ejemplo de Intersección de Distancias.	74
Ilustración 2-16 – Croquis de la triangulación resultando con las visuales de los pilares a la diana.....	75
Ilustración 2-17 – Intersecciones directas que surgen por cada diana de puntería.	75
Ilustración 2-18 – Error de distancia en las intersecciones.....	76
Ilustración 2-19 – Elipse de error.	76
Ilustración 2-20 – Valor del diámetro conjugado de la elipse.	76
Ilustración 2-21 – Nueva dirección de la diana.....	78
Ilustración 2-22 – Desplazamiento de la diana de puntería.....	79
Ilustración 2-23 – Proyección de la distancia entre pilar y distancia.....	79
Ilustración 2-24 – Desviaciones máxima y mínima dentro de la elipse de error.	81
Ilustración 2-25 – Croquis y detalle de un triángulo cualquiera.	81
Ilustración 2-26 – Acimut de V1 a V2.....	82
Ilustración 2-27 – Aplicación del método general de variación de coordenadas.	82
Ilustración 2-28 – Los diferentes sectores intervinientes en la técnica GPS.....	84
Ilustración 2-29 – Principio del fundamento de las cuatro esferas.....	84
Ilustración 2-30 – Ejemplo de error de multipath.....	85
Ilustración 2-31 – Principio de funcionamiento del nivel geométrico.....	86
Ilustración 2-32 – Error de puntería.....	87
Ilustración 2-33 – Procedimiento de la nivelación geométrica.	88
Ilustración 3-1 – Fases del proceso de modelización.....	93
Ilustración 3-2 – Distribución normal.....	97
Ilustración 3-3 – Distribución exponencial.....	97

Ilustración 3-4 – Distribución uniforme.	98
Ilustración 3-5 – Función probabilidad distribución uniforme.	98
Ilustración 3-6 – Ejemplos de correlación positiva y negativa.....	99
Ilustración 3-7 – Resolución de la regresión lineal múltiple.	101

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1-1 – Superficie de la Cuenca del Nansa por Clases de Altitud / Fuente: Geomorfología del Valle del Nansa.....	18
Tabla 1-2 – Características de los afluentes del Río Nansa / Fuente: CH Cantábrico.	25
Tabla 1-3 – Coordenadas de los Pilares / Fuente: Grupo de I+D+i de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría.	31
Tabla 1-4 – Datos Geográficos de la Presa / Fuente: Ministerio para la Transición Ecológica.....	33
Tabla 1-5 – Datos de la Presa de la Cohilla / Fuente: Grupo de I+D+i de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría.....	35
Tabla 1-6 – Características de la Central de Peña de Bejo.....	38
Tabla 1-7 – Características de la Central de Rozadío.....	40
Tabla 1-8 – Características de la Central de Celis.....	42
Tabla 1-9 – Características de la Central de Herrerías.	43
Tabla 1-10 – Generación de energía eléctrica en Cantabria. / Fuente: La Energía en Cantabria en un Marco Globalizado.....	44
Tabla 1-11 – Concesiones de los caudales del Nansa. / Fuente: CH Cantábrico.	48
Tabla 2-1 – Aparatos utilizados durante la auscultación de la presa ordenados desde el inicio hasta el presente. / Fuente: Topografía Aplicada a la Ingeniería.	61
Tabla 3-1 – Diferentes categorías de los modelos matemáticos. / Fuente: Computer simulation and modeling.....	95
Tabla 3-2 – Análisis de la Varianza en una regresión lineal simple.....	102
Tabla 3-3 – Análisis de la Varianza en una regresión lineal múltiple.....	102
Tabla 4-1 – Datos del Péndulo.....	110
Tabla 4-2 – Datos de la Auscultación Angular.	112
Tabla 4-3 – Datos de la Nivelación Geométrica.....	113
Tabla 4-4 – Resultados en la distribución de temperaturas.....	115
Tabla 4-5 – Resultados del Test de Anderson-Darling.....	116
Tabla 4-6 – Resultados de la Correlación de Spearman.....	117
Tabla 4-7 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.....	117
Tabla 4-8 – Resultados del Análisis de Varianza.	117
Tabla 4-9 - Resultados en la distribución de cota de elevación.....	119
Tabla 4-10 – Resultados del Test de Anderson-Darling.....	119
Tabla 4-11 – Resultados de la Correlación de Spearman.....	120
Tabla 4-12 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.....	120
Tabla 4-13 – Resultados del Análisis de Varianza.	121

Tabla 4-14 – Resultados de la regresión múltiple.	122
Tabla 4-15 – Resultados del Análisis de Varianza.	122
Tabla 4-16 – Resultados de la distribución de temperaturas.....	123
Tabla 4-17 – Resultados de la Correlación de Pearson.	124
Tabla 4-18 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.	125
Tabla 4-19 – Resultados del Análisis de Varianza.	125
Tabla 4-20 – Resultados de la distribución de cota de elevación.	126
Tabla 4-21 – Resultados del Test de Anderson-Darling.	126
Tabla 4-22 – Resultados de la Correlación de Spearman.	127
Tabla 4-23 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.	127
Tabla 4-24 – Resultados del Análisis de Varianza.	128
Tabla 4-25 – Resultados de la regresión múltiple.	128
Tabla 4-26 – Resultados del Análisis de Varianza.	129
Tabla 4-27 – Resultados en la distribución de temperaturas.....	130
Tabla 4-28 – Resultados del Test de Anderson-Darling.	130
Tabla 4-29 – Resultados de la Correlación de Pearson.	131
Tabla 4-30 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.	131
Tabla 4-31 – Resultados del Análisis de Varianza.	132
Tabla 4-32 – Resultados de la distribución de temperaturas.....	132
Tabla 4-33 – Resultados del Test de Anderson-Darling.	133
Tabla 4-34 – Resultados de la Correlación de Spearman.	134
Tabla 4-35 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.	134
Tabla 4-36 – Resultados del Análisis de Varianza.	134
Tabla 4-37 – Diagrama de dispersión 3D.....	135
Tabla 4-38 – Resultados de la regresión múltiple.	135
Tabla 4-39 – Resultados del Análisis de Varianza.	136
Tabla 4-40 – Rectas de regresión obtenidas para el péndulo.	136
Tabla 4-41 – Rectas de regresión obtenidas para la auscultación.	136
Tabla 4-42 – Rectas de regresión obtenidas para la nivelación.	137
Tabla 4-43 – Resultados en la distribución de temperaturas.....	139
Tabla 4-44 – Resultados del Test de Anderson-Darling.	140
Tabla 4-45 – Resultados de la Correlación de Spearman.	141
Tabla 4-46 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.	141
Tabla 4-47 – Resultados del Análisis de Varianza.	141
Tabla 4-48 – Resultados de la distribución de la cota de elevación.	142
Tabla 4-49 – Resultados del Test de Anderson-Darling.	143

Tabla 4-50 – Resultados de la Correlación de Spearman.	144
Tabla 4-51 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.	144
Tabla 4-52 – Resultados del Análisis de Varianza.	144
Tabla 4-53 – Resultados de la regresión múltiple.	145
Tabla 4-54 – Resultados del Análisis de Varianza.	146
Tabla 4-55 – Rectas de regresión obtenidas para los nuevos datos del péndulo	146
Tabla 4-56 – Resultados de las predicciones con la recta de regresión del péndulo.....	147
Tabla 4-57 – Resultados de las predicciones con la recta de regresión de la auscultación.....	147
Tabla 4-58 – Resultados de la comparación entre ambas rectas de regresión.	148

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 4-1 – Distribución de Temperaturas.....	115
Gráfico 4-2 – Diagrama de dispersión.....	116
Gráfico 4-3 – Mediciones de agua embalsada.	118
Gráfico 4-4 – Distribución de cota de elevación.	118
Gráfico 4-5 – Diagrama de dispersión.....	120
Gráfico 4-6 – Análisis de Residuos	121
Gráfico 4-7 – Diagrama de dispersión 3D.	122
Gráfico 4-8 – Distribución de temperaturas.....	123
Gráfico 4-9 - Resultados del Test de Anderson-Darling.	124
Gráfico 4-10 – Diagrama de dispersión.....	124
Gráfico 4-11 – Distribución de cota de elevación.	125
Gráfico 4-12 – Diagrama de dispersión.....	127
Gráfico 4-13 – Diagrama de dispersión 3D.	128
Gráfico 4-14 – Distribución de temperaturas.....	129
Gráfico 4-15 – Diagrama de dispersión.....	131
Gráfico 4-16 – Distribución de cota de elevación.	132
Gráfico 4-17 – Diagrama de dispersión.....	133
Gráfico 4-18 – Diagramas de dispersión de la X y la Y en el tiempo.	138
Gráfico 4-19 – Distribución de temperaturas.....	139
Gráfico 4-20 – Diagrama de dispersión.....	140
Gráfico 4-21 – Distribución de cota de elevación.	142
Gráfico 4-22 – Diagrama de dispersión.....	143
Gráfico 4-23 – Diagrama de dispersión 3D.	145



1. INTRODUCCIÓN

Trabajo de Fin de Grado:

“Modelización Deformacional de una Presa: aplicación a la presa de la Cohilla”





1. INTRODUCCIÓN

1.1 Valle del Nansa.

1.1.1 Localización.

El valle del Nansa está enmarcado en la vertiente septentrional de la Comunidad Autónoma de Cantabria, entre los valles de Liébana y el Saja, siendo una superficie que abarca prácticamente de norte a sur de la región, dada su superficie alargada y rectangular.

La cabecera de la cuenca, al igual que la mayoría de este tipo de valles en la comarca, se encuentran a alturas superiores a los 1500 metros coincidente con la parte occidental de la Cordillera Cantábrica, siendo el punto desde el cual se reparten las aguas hacia los mares más próximos: mar Cantábrico, mar Atlántico y mar Mediterráneo. Los puntos más altos de la cabecera son picos cuya altitud ronda los 2000 metros, siendo los más representativos: Peña Labra (2017 metros), el Pico Tres Mares (2175 m) y Peña Sagra (2049 m). [22]

El valle presenta un terreno muy escarpado, donde predominan las pendientes por encima del 20%, umbral por el cual se deben evitar las edificaciones, agricultura y otro tipo de actividades debido a la problemática de la inclinación. Este tipo de pendientes ocupan más de la mitad de la superficie de la cuenca (58%), mientras que, por el contrario, aquellas inferiores al 10% solo se extienden por el 9% del terreno de la cuenca. [22] Para conocer mejor la pendiente y la altitud, se establecen una serie de clases que se detallan en la siguiente tabla.

Clases de Altitud de la Cuenca del Nansa						
Clase	1	2	3	4	5	6
Altitud (m)	0-200	200-500	500-800	800-1400	1400-2000	+2000
Superficie (km ²)	54	94,9	102,3	142,2	36,1	0,6
(%)	12,5	22,1	23,8	33,1	8,4	0,1

Tabla 1-1 – Superficie de la Cuenca del Nansa por Clases de Altitud / Fuente: Geomorfología del Valle del Nansa

Como se puede apreciar en la tabla, la mayor parte de la cuenca se mueve entre los 200 y los 1400 metros. [22]

1.1.2 Clima.

La región está caracterizada por tener un clima similar al del resto de la región cántabra, marcada por las fuertes lluvias, el clima cambiante y los vientos continuos.

A pesar de la similitud entre las temperaturas de la región y el resto del norte, el clima se vuelve más severo en este tipo de valles, debido al relieve del terreno.

Las temperaturas son más elevadas en las zonas con menor altitud, siendo la media anual superior a los 14°C, pudiendo existir temperaturas máximas cercanas a los 35°C durante los meses de verano. Dada las temperaturas que se pueden alcanzar en estos meses, se le puede llegar a considerar como una de las partes más calurosas de Cantabria.

No obstante, en las zonas de mayor altitud, las temperaturas suelen ser mínimas, acompañadas de fuertes vientos y la presencia de precipitaciones en forma de nieve. La temperatura media es de 2°C durante todo el año en la zona de las cumbres, siendo posible la existencia de heladas durante todo el año. En las zonas comprendidas entre la cumbre y las de menor altitud, las temperaturas registradas suelen ser frías, no superando los 10°C. Dadas estas características, es poco frecuente la aparición de vegetación en la zona. [29]

En el siguiente gráfico se pueden observar las temperaturas y las precipitaciones del municipio de Terán, a unos 15 kilómetros del embalse, donde la Agencia Estatal de Meteorología recoge los datos en una estación desde 1997.

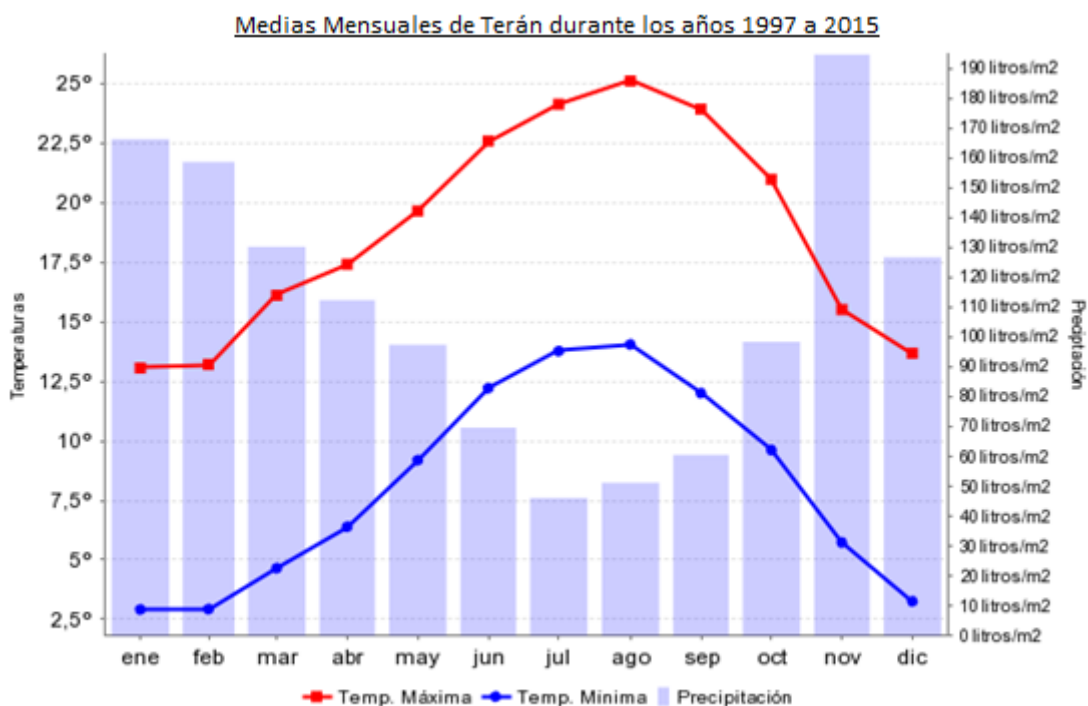


Ilustración 1-1 – Distribución mensual de temperaturas y precipitaciones en Terán, Cantabria.

1.1.3 Flora.

La cuenca hidrográfica del Nansa es un entorno que se encuentra categorizado como Lugar de Interés Comunitario (LIC), dentro de la Red Natura 2000, por lo que se trata de un espacio protegido dada la riqueza natural que contiene.

Existe una gran variedad de diferentes formaciones forestales que dotan al valle de una riqueza. Las especies más frecuentes y con mayor abundancia son:

- Encina (*Quercus ilex*).
- Aladiernos (*Rhamnus alaternus*).
- Roble (*Quercus robur*).
- Fresnos (*Fraxinus excelsior*).
- Sauce (*Salix eleagnos*).
- Alisos (*Alnus glutinosa*).
- Laurel (*Laurus nobilis*).



Ilustración 1-2 – La presa de la Cohilla rodeada de vegetación.

Los prados y pastos, junto con las anteriores especies, proporcionan al valle un enriquecedor mosaico de diferentes especies. Polaciones comparte junto con Peñarrubia, las mayores superficies de bosque autóctono. Por su parte municipios como Rionansa o Lamasón tienen mayor presencia de matorral; y en Herrerías cuenta con el mayor porcentaje de superficie ocupada por matorrales de todo el valle.

1.1.4 Fauna.

Las características del río Nansa, enmarcado en el norte de España, zona de bajas temperaturas y la nula existencia de estación seca, favorece la aparición de aguas salmonícolas. Las especies piscícolas de la zona con mayor presencia en la cuenca son:

- Salmón atlántico (*Salmo salar*).
- Trucha común (*Salmo trutta*).
- Gobio (*Gobio gobio*).
- Piscardo (*Phoxinus phoxinus*).
- Anguila (*Anguilla anguilla*).



Ilustración 1-3 – Ejemplo de Salmón atlántico.

Las anteriores especies son las de elevado interés, y las que presentan mayor notoriedad en la cuenca. A su vez, también existen otras especies piscícolas con menor presencia como son:

- Lubina (*Dicentrarchus labrax*).
- Baila (*Dicentrarchus punctatus*).
- Pardete (*Mugil cephalus*).
- Aguja de río (*Syngnathus abaster*).
- Gobio moteado (*Pomatoschistus microps*).
- Gobio de arena (*Pomatoschistus minutus*).

No obstante, son frecuentes otras especies de interés, como son la nutria (*Lutra lutra*), el desmán (*Galemys pyrenaicus*), o el cangrejo de río (*Austropotamobius pallipes*), estando este último en peligro de extinción.

Las aves de la cuenca hidrográfica también poseen una estrecha relación con el medio acuático, como son:

- Ánade real (*Dicentrarchus labrax*).
- Cigüeña blanca (*Ciconia ciconia*).
- Cormorán moñudo (*Phalacrocorax aristotelis*).
- Gaviota patiamarilla (*Larus cachinnas*).
- Gallineta común (*Gallinula chloropus*).

Dejando al margen la vida marina que se encuentra en el valle, cabría destacar la riqueza de quirópteros existentes en la zona, especialmente la figura del murciélago grande de herradura (*Rhinolophus ferrumequinum*) y el murciélago mediterráneo de herradura (*Rhinolophus euryale*).

Otras especies características de la cordillera cantábrica también aparecen como parte del entramado de la cuenca del Nansa. El oso pardo ibérico (*Ursus arctos subsp. pyrenaicus*) es una de las insignias no solo de la zona, sino de toda Cantabria, y que, en los últimos años, gracias a diferentes fundaciones y organizaciones, ha ido recuperando el número de ejemplares. El lobo ibérico (*Canis lupus signatus*), característico del noroeste de España, es una especie considerada como “casi amenazada” (NT), según la Lista Roja de la IUCN, por lo que en un futuro podría considerarse como una especie en peligro.



Ilustración 1-4 – Familia de oso pardo ibérico.

Por último, un gran número de reptiles y anfibios coexiste en el hábitat del Nansa, sin resaltar grandes especies, ya que son familias muy similares a las que se encuentran en medios de este tipo. Diferentes tipos de lagartos (*Lacerta schreiberi*) y



lagartijas (*Lacerta vivípara*), serpientes (culebra de collar y culebra viperina) y una gran variedad de anfibios como sapos, sapillos y ranas, llenan de vida los rincones del valle. [19] [22] [29]

1.2 Río Nansa

La gran estructura represa las aguas del río Nansa, una corriente de 55 kilómetros de longitud que nace a 1365 msnm en la Sierra de Peña Labra. Este arroyo recorre en su totalidad por territorio cántabro, desembocando en la ría de Tina Menor, cerca de la zona limítrofe entre Asturias y Cantabria. Durante su trayectoria, va recorriendo los términos municipales de Polaciones, Tudanca, Lamasón, Rionansa y Herrerías, hasta su desembocadura.

Esta corriente se encuentra enmarcada en la cuenca hidrográfica del río Nansa, con una superficie que supera los 400 km². A pesar de que como se ha mencionado, el río transcurre en su totalidad por superficie cántabra, una pequeña parte de la cuenca pertenece al Principado de Asturias.

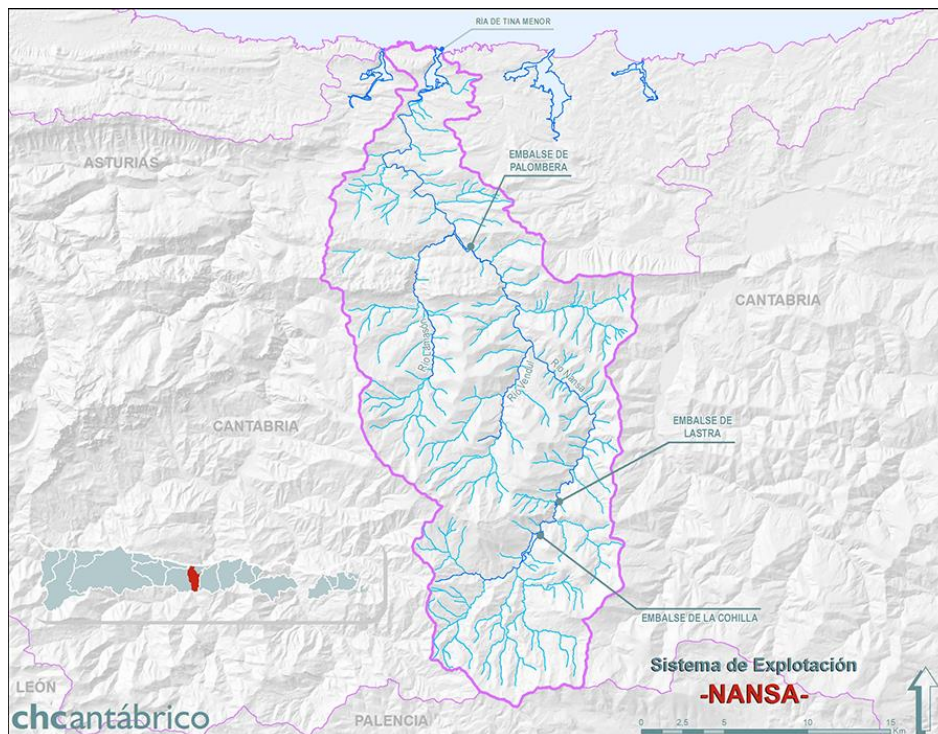


Ilustración 1-5 – Localización de la Cuenca Hidrográfica del Nansa.

Aguas abajo de la presa, se encuentra el estrecho de Bejo, siendo la zona donde finaliza la denominada cuenca alta del río Nansa, y sigue su curso hasta llegar al Mar Cantábrico. En estos últimos tramos se pueden encontrar otras presas de menor calado, pero que a su vez sirven para represar las aguas del Nansa, como son: la presa de la Lastra, la presa de Rozadío y la presa de Palombera. [2] [10] [36]



Ilustración 1-6 – Curso del Río Nansa.

El río Nansa cuenta con diferentes afluentes, siendo los principales el Vendul, el Lamasón y el Hoyamala. Tanto el Vendul como el Lamasón confluyen al oeste de la cuenca, mientras que el Hoyamala lo hace por el este. La mayoría de estos afluentes, presentan fuertes pendientes, fruto de la naturaleza de la orografía de la zona. La totalidad de afluentes queda reflejada en la siguiente tabla: [10]

Afluentes del Río Nansa		
Afluente	Longitud (km)	Pendiente Media (°)
Bustriguado	7,055	7,0
Collarín	7,356	9,4
Espinal	7,587	9,6
Hoyamala	7,014	3,1
Jalgar	5,707	11,8
Lamasón	17,246	6,6
Latarmá	9,0	-
Pejanda	4,005	9,5
Quiviera	8,0	-
Sebrando	6,825	10,6
Suspino	4,869	4,1
Vendul	11,503	1,9

Tabla 1-2 – Características de los afluentes del Río Nansa / Fuente: CH Cantábrico.

1.3 Presa de la Cohilla.

1.3.1 Localización.

La presa de la Cohilla y su respectivo embalse están ubicados en la zona occidental de Cantabria, España, en el municipio de Polaciones. El embalse se encuentra prácticamente en su totalidad en Polaciones, aunque dada su enorme extensión, parte de la superficie se encuentra en el municipio de Tudanca.

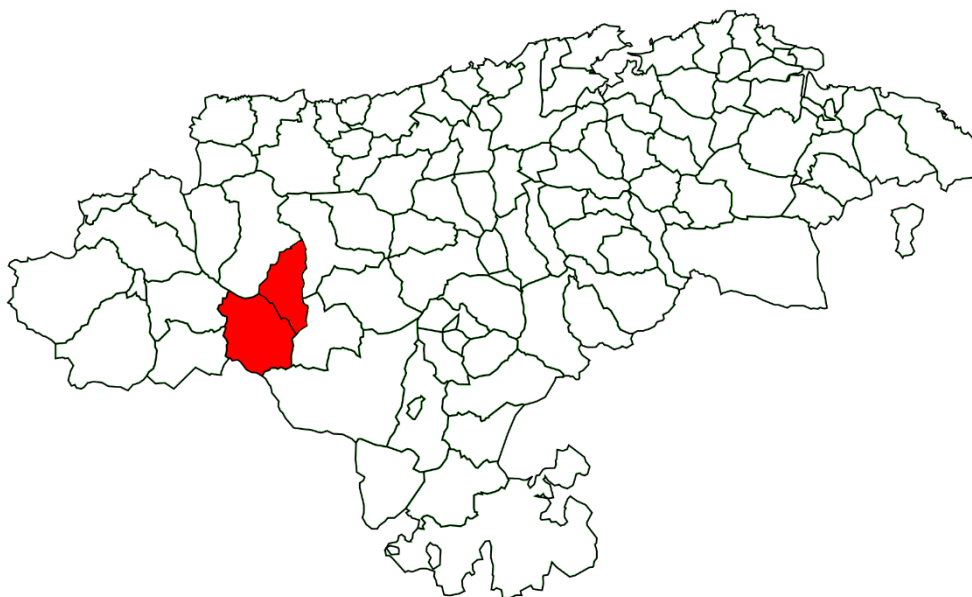


Ilustración 1-7 - Situación de Polaciones y Tudanca en el marco cántabro.

Los municipios de Polaciones y de Tudanca son solo 2 de los 102 que conforman la Comunidad Autónoma de Cantabria. Polaciones cuenta con una población estimada de 240 habitantes en una superficie cercana a los 90 km², mientras que Tudanca tiene 145 habitantes en una extensión ligeramente superior a los 50 km².

El embalse aprovecha el terreno sinuoso y la garganta natural que forma el río Nansa formando el cañón de Bejo, lugar donde reside la presa.

1.3.2 Historia de la Presa.

Previo a la construcción de la presa, el entorno del Nansa donde se encuentra ubicada sufrió una serie de proyectos que sirvieron de antesala de la estructura que fue construida posteriormente. A principios de 1926, se otorgó un primer permiso para producir energía eléctrica, tratando de derivar 2.200 l/s del río Nansa y diferentes afluentes en los municipios de Tudanca, Polaciones y Rionansa. Dicha primera derivación de caudal fue modificada más de una década después, siendo concedido el permiso para un caudal un 75% superior.

La época de guerra y posguerra, de finales de la década de los 30 y principio de los 40, se ve inmersa en una crisis de déficit de energía, que provoca una restricción en el uso en 1938, por lo que se decide que es necesario el uso de un embalse con capacidad de 11,3 hm³ en la zona de las primeras modificaciones. Tras las primeras concesiones, un informe de 1942 sobre el primer proyecto de la presa arrojaba datos de que el terreno era el idóneo y que garantizaba las condiciones de impermeabilidad.

El emplazamiento original se encontraba aguas arriba del azud que se había construido previamente, precisando de una presa de mucho menor tamaño. No obstante, esta localización inicial presentaba grandes problemas a la hora de la cimentación, por lo que se resolvió que finalmente la nueva presa se ubicaría 400 metros aguas debajo de la presa primitiva. El nuevo lugar, presentaba una roca sana y muy dura, por lo que se decidió resolver proyectando una presa de tipo bóveda, que, para almacenar la capacidad deseada de $11,3 \text{ hm}^3$ tendría que disponer de una altura de 104 metros.

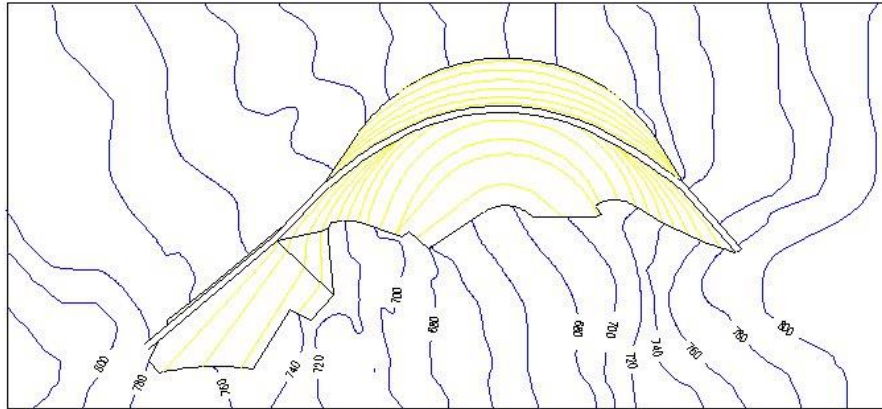


Ilustración 1-8 – Vista en planta de la presa.

Entre otras muchas, la principal diferencia entre el proyecto de presa de tipo bóveda y de gravedad, era la cantidad de material necesario. Se estima que una presa de gravedad aumentaba el uso de cemento en más de 45.000 toneladas, lo que disparaba el presupuesto y los plazos de realización en el doble que lo que conllevaría una presa de tipo bóveda.

Llegado el año 1943, y tras la Guerra Civil Española (1936-1939), el nivel de intensidad de trabajo había descendido, ya que, con motivo de la guerra, muchos de los materiales y herramientas necesarias para seguir con la excavación habían desaparecido. Para entonces, se había construido un primer azud (presa de pequeño tamaño) y un tramo de ante-canal, con los cuales se realizó un primer salto de 100CV de potencia.

En el proyecto original, también se contaba con un salto auxiliar de 550 CV, utilizando la energía para las labores en la cantera y machaqueo. No obstante, se consiguió la maquinaria utilizadas en las labores de construcción de la presa Cuerda del Pozo en Soria, Castilla y León, por lo que se contó con maquinaria de primer nivel.

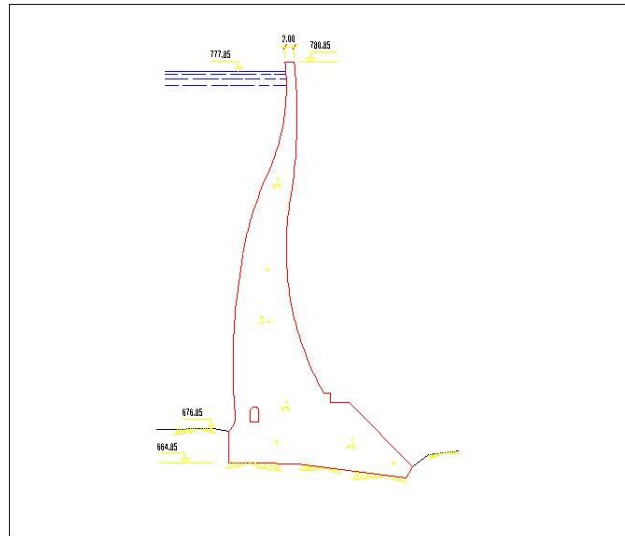


Ilustración 1-9 - Vista en perfil de la presa.

El proyecto oficial de la presa final data de agosto de 1945, realizado por el ingeniero santanderino Santiago Corral (1907-1989) con un presupuesto de ejecución de más 22 millones de pesetas. La geometría de la presa se mantuvo fiel al plan proyectado en 1942, modificando mínimamente los arcos para ajustar la presa a la su nueva ubicación. Meses después de la presentación del proyecto final, comenzaron las labores de hormigonado que acontecieron entonces a las labores auxiliares del desvío del río, que habían comenzado en 1943. Para su construcción, se empleó cemento procedente de Mataporquera, que se enviaba en ferrocarril hasta Cervera de Pisuerga y después por carretera (a unos kilómetros del embalse).

Las labores de hormigonado requerían de una climatología que favoreciera dicha tarea, siendo esta una labor difícil por las condiciones meteorológicas de la zona, especialmente duras en invierno, por lo que esta tarea se suspendía durante esos meses. El hormigonado comenzó a principios de 1945, con la cimentación del cauce que fluía por el margen derecho de la presa. En los dos años posteriores, se continuó con las labores del hormigonado del estribo de gravedad y ellos bloques del cauce del flanco derecho.



Ilustración 1-10 – Estado de las obras en 1946.

En 1948, se empezó a trabajar en el margen izquierdo, tras recibir el permiso para poder actuar. Al año siguiente, se realizaron los trabajos de excavación para encajar el conglomerado del lado izquierdo. Con el paso de los meses, se detectó una grieta en dicho compuesto, que retrasó las obras.

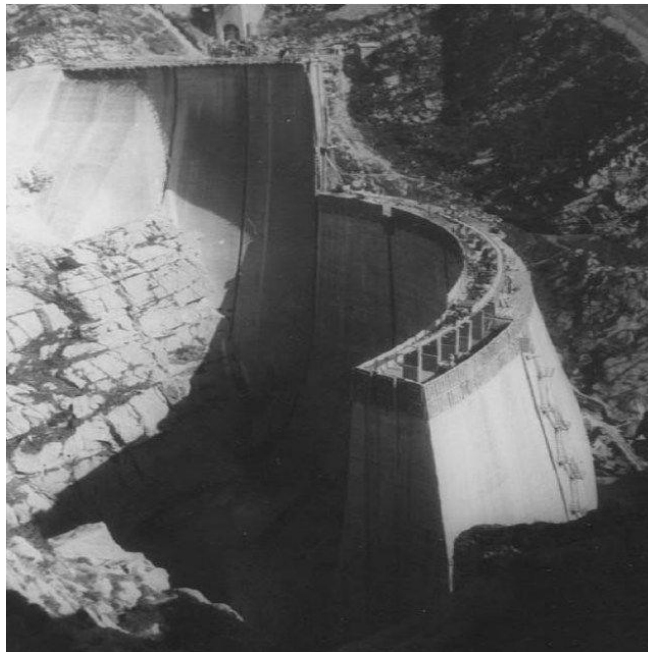


Ilustración 1-11 – Estado de las obras en 1949.

En la recta final de la construcción, en los primeros meses de 1950, se procedió al rellenado de las juntas. En mayo de este año, tras cerrarse los desagües de fondo, se llenó parcialmente el embalse hasta la cota de 747 metros.

Las obras de la presa finalizaron en 1950, pero no fue hasta mayo de 1951 cuando se llenó el embalse por primera vez.

La complejidad de la obra y de la época dejó una serie de filtraciones en la estructura que solían resolverse en los meses de verano de los años posteriores, realizándose inyecciones en los años 1960, 1961, 1963, 1965 y 1970. Estas inyecciones se realizaban en los meses estivales, aprovechando que el nivel del embalse estaba por debajo del habitual.

La compuerta del aliviadero ha sido otro de los puntos conflictivos de la obra. En 1959, se coloca un sistema de elevación manual, que evita los problemas de apertura. A pesar de que con esta maniobra se evitaron los problemas, en 1997 se adapta la presa a los tiempos modernos y se decide instalar un doble motor de accionamiento que facilita la apertura. [3] [11] [35]

1.3.3 Control Geométrico de la Estructura.

1.3.3.1 Introducción.

A través “Real Decreto 407/1992”, de 24 de abril, se aprobó la Norma Básica de Protección Civil, que se encuentra en el artículo 8 de la “Ley 2/1985”, de 21 de enero, sobre Protección Civil. En ella, se hace hincapié, entre otros, a los planes de emergencias que pueden surgir por inundaciones. Dado este hecho, en 1994 se aprueba en el Consejo de Ministros la “Directriz Básica de Planificación de Protección Civil ante el Riesgo de Inundaciones”.

En esta nueva Directriz, publicada en enero de 1995, se establecen unas categorías de riesgo en caso de una posible rotura de presa, estableciendo 3 categorías de riesgo exponencial, que son las siguientes, tal y como se especifica en la Directriz: [31]

- *Categoría A: corresponde a las presas cuya rotura o funcionamiento incorrecto puede afectar gravemente a núcleos urbanos o servicios esenciales, o producir daños materiales o medioambientales muy importantes.*
- *Categoría B: corresponde a las presas cuya rotura o funcionamiento incorrecto puede ocasionar daños materiales o medioambientales importantes o afectar a un reducido número de viviendas.*
- *Categoría C: corresponde a las presas cuya rotura o funcionamiento incorrecto puede producir daños materiales de moderada importancia y solo incidentalmente pérdida de vidas humanas. En todo caso, a esta categoría pertenecerán todas las presas no incluidas en las Categorías A o B.*

Del mismo modo, y según la Orden de 12 de marzo de 1996, por la que se aprueba el “Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses”, se define como “gran presa” a cualquier presa que cumpla con alguno de los siguientes requisitos: [7]

- Altura superior a 15 metros, medido desde la parte más baja de la superficie general de cimentación hasta la coronación.
- Altura entre 10 y 15 metros, siempre que cumplan:
 - Longitud de coronación superior a 500 metros.
 - Capacidad de embalse superior a 1.000.000 metros cúbicos.
 - Capacidad de desagüe superior a 2.000 metros cúbicos por segundo.

Dada las pautas que definen a una gran presa, la presa de la Cohilla se encuentra dentro del grupo de las grandes presas y a la vez dentro de la categoría A, siendo estas presas las que mayor riesgo suponen y es por lo tanto necesario realizar un control geométrico riguroso sobre la misma, para comprobar que las deformaciones que sufren no van a provocar la rotura de la presa.

El proyecto inicial de la presa ya contemplaba esta idea, por lo que se instaló un péndulo en el eje de la presa, cuya extensión va desde la coronación hasta las galerías de acceso. Este registro, se complementa con otras mediciones mediante topografía clásica, realizando los controles con un teodolito.

1.3.3.2 Presa de la Cohilla.

La presa de la Cohilla dispone de un propio sistema de referencias, tanto como para el método de auscultación como para el péndulo.

Los pilares fundamentales que se encuentran dentro de las casetas de observación, y desde donde se realiza la auscultación angular, tienen su propio sistema de coordenadas, que con el tiempo se relacionó a la Red Geodésica Nacional para conocer las coordenadas UTM.

Coordenadas de los Pilares de Auscultación				
Pilar	X	Y	X _{UTM}	Y _{UTM}
Pilar I	1000,000	1000,000	387.092,470	4.776.786,980
Pilar II	1092,055	961,153	387.185,698	4.776.751,060
Pilar III	1033,480	1014,112	387.125,391	4.776.802,175
Pilar IV	1086,299	992,664	387.178,956	4.776.782,374

Tabla 1-3 – Coordenadas de los Pilares / Fuente: Grupo de I+D+i de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría.

Estos pilares de auscultación son con los que se hacen las visuales a las dianas de puntería. Las dianas están repartidas de forma homogénea en la estructura, y cuenta con un sistema de 35 dianas. La diana en la que se ha centrado este trabajo es la diana de puntería denominada 7-C. Esto se debe a que esta diana es la que se encuentra más próxima al extremo superior del que se suspende el péndulo, y por lo tanto, es la que nos puede llegar a permitir relacionar el movimiento de ambos sistemas. El movimiento de esta diana de puntería y el péndulo, no serán iguales, pero han de ser muy aproximadas. [11]

La disposición de las dianas de puntería en la presa de la Cohilla es la siguiente:

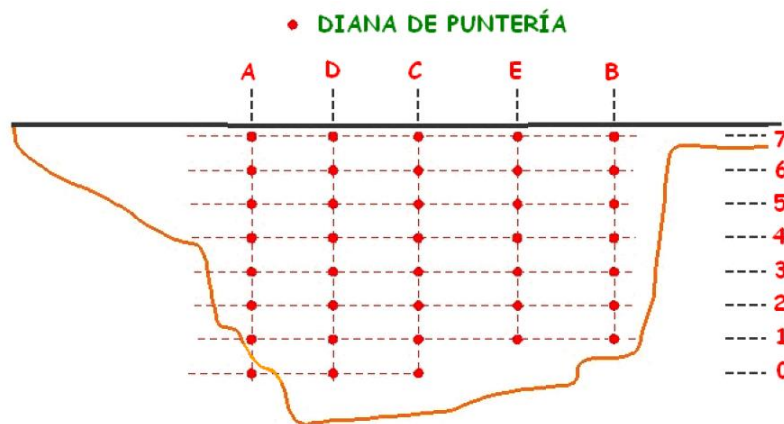


Ilustración 1-12 – Disposición de las dianas de puntería.

En la siguiente imagen se pueden observar con cierto detalle, como se ven a simple vista estas dianas de puntería y como están coloreadas para poder localizarlas cómodamente.

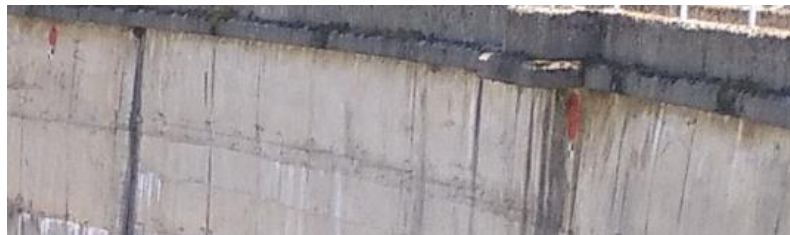


Ilustración 1-13 – Detalle de las dianas de puntería (en rojo).

Las mediciones que arroja esta metodología se trasladan a un eje de coordenadas, que ha sido rectificado en favor de trabajar con mayor comodidad los datos. El eje Y se toma como transversal a la presa y el eje X como longitudinal, de la siguiente manera:

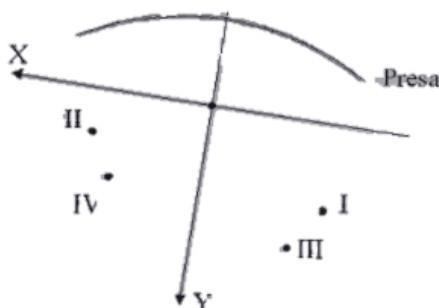


Ilustración 1-14 – Sistema de referencia de la auscultación geodésica.

1.3.3.3 Hitos del Control Geométrico de la Cohilla.

El primer dato que se obtiene por vía topográfica es de mayo de 1950, previo a la finalización de la construcción de la presa. Este dato fue posible gracias a la implantación de las redes de auscultación durante la obra de la presa, entre los años 1944 y 1951.

Por otra parte, el péndulo directo se instala en octubre de 1951, aunque no es hasta el 3 de enero de 1959 que se registra por primera vez sus datos. [11] Desde entonces, se han recogido los datos semanalmente, y habitualmente con dos datos por semana.

Con misma fecha de inicio de registro de datos se comenzó a medir los aforadores de aguas y la estación pluviométrica.

En el año 2003, se incorpora un péndulo invertido para poder medir los desplazamientos respecto al inferior de la presa.

A principios de Siglo XXI, se comenzaron a implantar miniprismas con el objetivo de realizar un observable distanciométrico. En la campaña de diciembre de 2006, se añade a la auscultación planimétrica angular, la auscultación del observable distanciométrico, como complemento de la anterior. No obstante, esta práctica solo se llevó a cabo durante unas pocas campañas y se cesó de registrar su actividad en febrero de 2009. [8] [16]

1.3.4 Características.

La presa es una construcción de tipo arco (bóveda) con doble curvatura. Este tipo de presas de muro curvo, están concebidas para soportar la presión hidrostática del agua, que realiza el empuje sobre el arco, soportando dicha fuerza en los estribos.

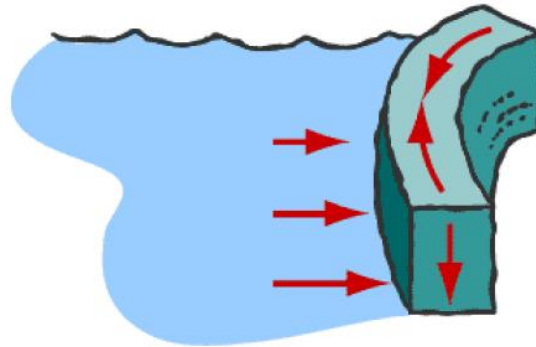


Ilustración 1-15 – Ejemplo de presa de bóveda.

Cuenta con una altura de 104 metros, 116 metros si se tienen en cuenta los cimientos, aunque lo que es la estructura en sí, tiene una altura oficial de 93 metros. [35]

Dada la época, supuso un antes y un después en las construcciones de este tipo, ya que en su día fue la única presa de este tipo que fue construida en España durante la etapa de déficit energético. También por aquel entonces, fue la mayor presa en España y la tercera presa más alta de Europa, lo que engrandece más si cabe la labor ingenieril llevaba a cabo. [39]

Tiene una capacidad máxima de 11,8 hm³ y el embalse tiene una extensión cercana a las 450 hectáreas. [9]

Como bien se ha mencionado anteriormente, la presa se encuentra en la zona suroeste de Cantabria, España; siendo sus coordenadas exactas las que se encuentran reflejado en el siguiente cuadro: [31]

Coordenadas de la Presa de la Cohilla	
Latitud	43° 7' 56,2" N
Longitud	4° 23' 19,76" W
Huso UTM	30T
Coordenada X	387.259
Coordenada Y	4.776.670

Tabla 1-4 – Datos Geográficos de la Presa / Fuente: Ministerio para la Transición Ecológica

La presa dispone de un único aliviadero que se regula a través de unas compuertas y que se encuentra ligeramente separado del embalse. Este aliviadero, desemboca en la ladera que se encuentra en el lateral del emplazamiento de la presa. Dada la localización del aliviadero, se producen desplazamientos de bloques y cantos rodados que se encuentran comprendidos en la zona de desembalse, formando una acumulación de material.



Ilustración 1-16 – Detalle del aliviadero del embalse.

Las características de la presa se encuentran resumidas en el siguiente cuadro:
[11] [16]

Datos de la Presa de la Cohilla	
Cuenca Hidrográfica	Norte de España
Superficie de la Cuenca Hidrográfica	90,5 km ²
Cota coronación	780,85
Anchura coronación	2,00 metros
Cota del cauce	676,85
Cota cimentación	665 metros
Altura sobre cimientos	116 metros
Volumen del cuerpo de la presa	181000 m ³
Capacidad a Nivel Máximo	11,8 hm ³
Capacidad Útil	10,28 hm ³
Capacidad Aliviaderos	450 m ³ /s
Máximo Desagüe Histórico	200 m ³ /s

Tabla 1-5 – Datos de la Presa de la Cohilla / Fuente: Grupo de I+D+i de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría.

1.4 Salto del Nansa.

El primer dato que se tiene registrado de la existencia de la sociedad “Saltos del Nansa S.A.”, data de noviembre de 1941, cuando fue inscrita en registro Mercantil de Madrid. Su objetivo social no ha cambiado desde entonces, actualmente en sus escritos consta como: “*desarrollo de actividades de generación, transporte y distribución de energía eléctrica*” y según la CNAE 2009, pertenece al grupo D-3515 que engloba a aquellas empresas dedicadas a la “producción de energía hidroeléctrica”. [5]

En octubre de 1991, Unión Eléctrica Fenosa y ENDESA, adquirieron el 49,8% del capital de Saltos del Nansa, repartidas a parte iguales de 24,9%. En enero de 1994, Endesa amplió su participación hasta el 74,9%, y finalmente, adquirió el 100% en 2003, cuando cambió su designación a “Saltos del Nansa I, S.A.U.”. [32]

En el año 2009, ACCIONA Energía adquiere varios de los activos renovables en la Península Ibérica, tras llegar a un acuerdo con ENDESA y Enel (máximo accionista de ENDESA). Entre otras muchas, en el acuerdo se incluyen las cuatro centrales hidroeléctricas de Saltos del Nansa I. [1]

Esta compañía engloba a todas las centrales hidroeléctricas que van apareciendo a lo largo del transcurso del río Nansa, generando la electricidad por derivación.

1.5 Aprovechamiento Energético.

La mayoría de los sistemas que generan electricidad utilizando el agua, producen esta energía eléctrica a través de un embalse. Se utiliza pues una presa para almacenar el agua de un cauce, siendo una estructura que se utiliza para retener el agua y que ha de soportar las tensiones producidas por la misma. Estos sistemas deben estar provistos de un aliviadero, por donde pueda circular el agua libremente, para evitar un exceso nivel de agua embalsada cuando se produzca una crecida del río.

La presa de la Cohilla es una de las cuatro que están presentes a lo largo del río Nansa, siendo éste, uno de los ríos más intervenidos por la mano del hombre en España, con cuatro embalses y sus respectivas centrales hidroeléctricas. La presa de la Cohilla es una presa de cabecera, y a raíz de ella, surgen el resto.

Son cuatro las centrales hidroeléctricas que se pueden encontrar a lo largo del recorrido, la Central de Peña de Bejo, Rozadío, Celis y Herrerías. [11]

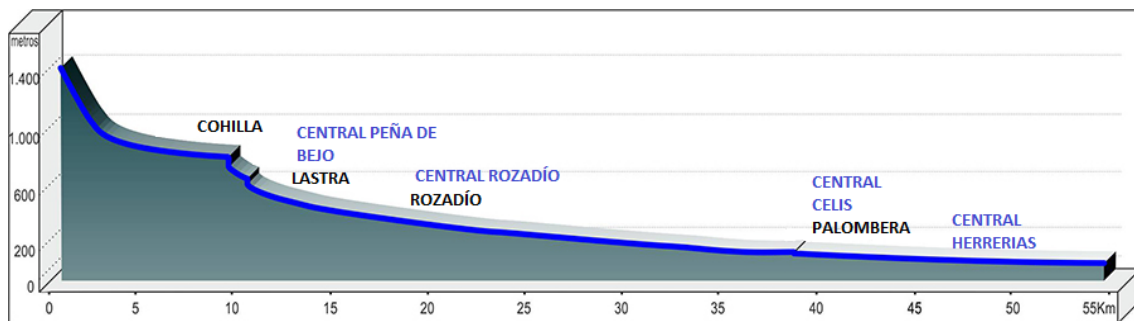


Ilustración 1-17 – Ubicación de los diferentes presas y centrales a lo largo del río.

Al tratarse todas ellas de centrales hidroeléctricas, su producción de energía estará en dependencia del agua embalsada que se encuentre en la presa principal. En el siguiente gráfico se puede observar el agua embalsada en la Cohilla en los últimos años, además de una media semanal de los últimos diez años. [9]

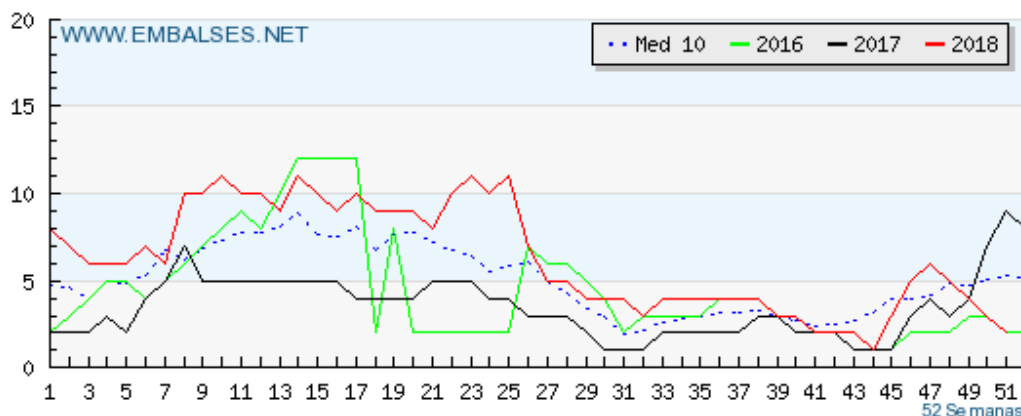


Ilustración 1-18 - Agua embalsada de la Presa de la Cohilla.

1.5.1 Central de Peña de Bejo.

La central más importante es la que se encuentra aguas abajo de la presa de la Cohilla. Está operativa desde 1947, tiene una potencia estimada de 18 MW, y posee un sistema de turbina Pelton, de doble rodete horizontal, contando con otra turbina Pelton auxiliar. La central eléctrica, recibe una tubería que dirige el agua desde el

embalse de la Cohilla a una altitud de 760 metros, para después, realizar un salto forzado de 328 metros. [39]

Es la central más importante del Nansa, por su volumen embalsado y por ser la central de cabecera de la que el resto depende.

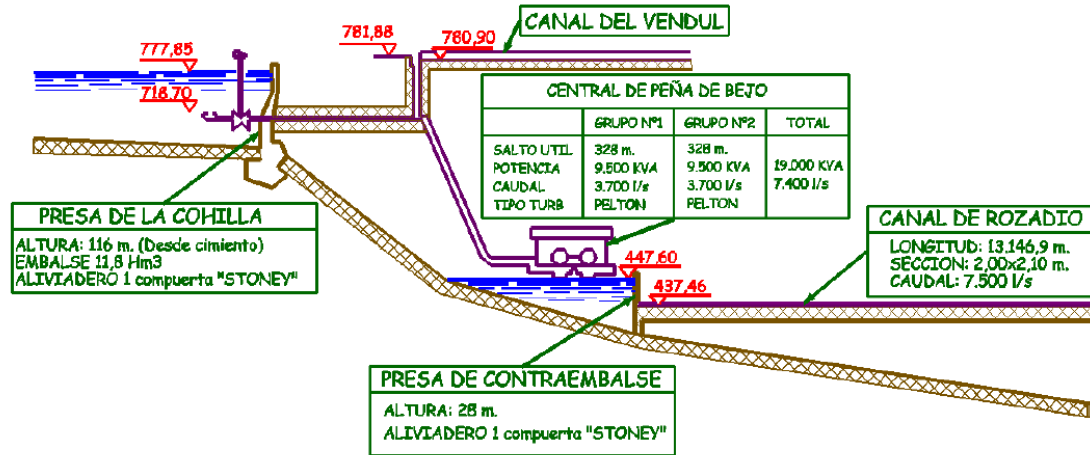


Ilustración 1-19 – Croquis del Salto de Peña de Bejo.

Las características principales de la central vienen resumidas en la siguiente tabla:

Características de Peña de Bejo	
Canal	1.952 metros
Turbinas	2 turbinas Pelton de eje horizontal, con doble rodete
Caudal máximo	7,4 m ³ /s
Salto	328 metros
Potencia	17,9 MW (2 x 8,95 MW)
Producción Anual	60 GWh

Tabla 1-6 – Características de la Central de Peña de Bejo.

1.5.2 Central de Rozadío.

La central de Rozadío está formada por una presa de gravedad de más de 29 metros de altura, que recibe el nombre de contraembalse de La Lastra.

Una vez pasado el contraembalse de La Lastra, surge un nuevo canal de derivación al margen izquierdo, con una longitud que sobrepasa ligeramente los 13 kilómetros y cuyo caudal es de 7500 litros/segundo, que finaliza en una cámara de carga para alimentar a la central fluyente de Rozadío. Este canal de dos metros de anchura es de sección rectangular y está construido en hormigón, con revestimiento interior de cemento.



Ilustración 1-20 – Canal de Rozadío en una imagen de archivo.

El canal a su final llega a un depósito de carga con capacidad para 4000 metros cúbicos, a 200 metros de desnivel de la central. De esta cámara de carga, nacen tres tuberías, las dos primeras datan de 1942, y alimentan al llamado Grupo 1, compuesto por una turbina Pelton de doble rodete. La otra tercera, se añadió a principios los de años 70, es de mayor diámetro que las anteriores y alimenta al Grupo 2, la turbina Francis.



Ilustración 1-21 – Detalle de las tuberías forzadas.

En la imagen anterior, se puede observar como se diferencian las tres tuberías forzadas que van a parar a las turbinas de la central de Rozadío. Asimismo, se aprecia la diferencia entre las tuberías que alimentan a la turbina Pelton y a la turbina Francis.

Es en esta central donde está todo el sistema de los Saltos del Nansa concentrado. Desde este centro de control, se telemandan todas las centrales, así como las compuertas del propio sistema. Tanto es así, que en la década de los 50, se construyó una residencia para los jefes de la explotación, donde otrora, residían los trabajadores del salto de Rozadío.

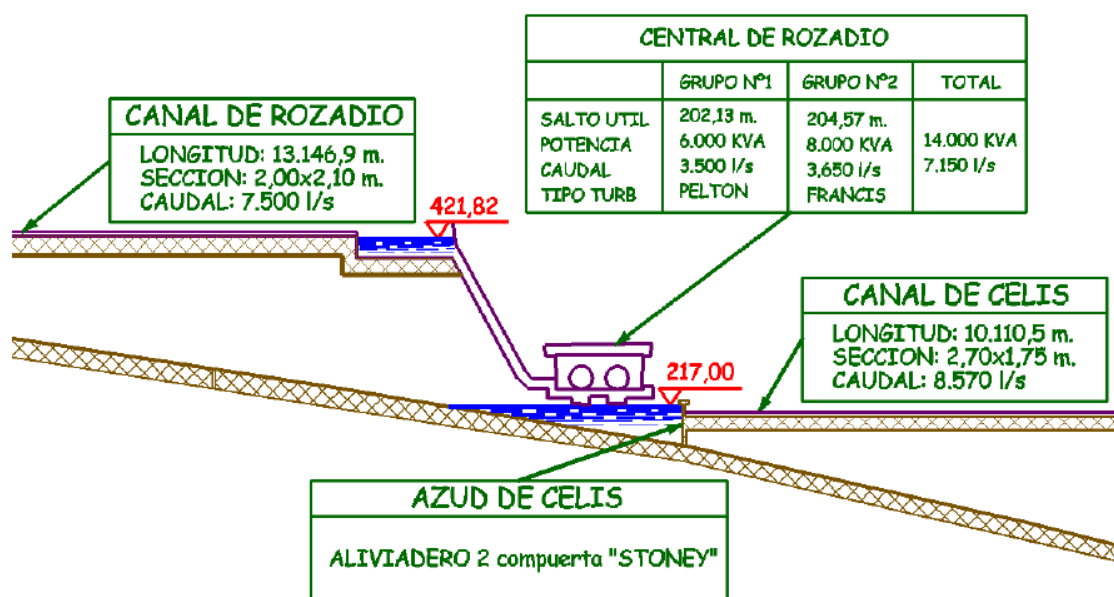


Ilustración 1-22 – Croquis del Salto de Rozadío.

Las características principales de la central vienen resumidas en la siguiente tabla:

Características de Rozadío	
Canal	13.147 metros
Turbinas	1 turbinas Pelton de eje horizontal, con doble rodete 1 turbina Francis de eje horizontal
Caudal máximo	7,15 m ³ /s
Salto	202,13 metros (Pelton) 204,57 metros (Francis)
Potencia	11,8 MW (5,1 MW + 6,7 MW)
Producción Anual	45 GWh

Tabla 1-7 – Características de la Central de Rozadío.

1.5.3 Central de Celis.

Aguas abajo de la central de Rozadío, se encuentra la pequeña presa del mismo nombre, que dirige las aguas por el canal hasta la central de Celis, a orillas de la presa de Palombera. Este embalse unifica, no solo las aguas del río Nansa, sino que también las aguas de los ríos Lamasón, Vendul y Quivierda. Es una presa de tipo gravedad que cuenta con dos turbinas Francis, cuyo salto es de 100 metros de altura.

El canal de Celis tiene una longitud de 10 kilómetros, está completamente cubierto y transcurre a media ladera, incluyendo algunos tramos en los que va a través de túneles. A lo largo de su recorrido, aparece también un conducto (sifón) en forma

de puente, que impulsa el agua para hacerlo subir a una cota y seguir a través de un túnel.

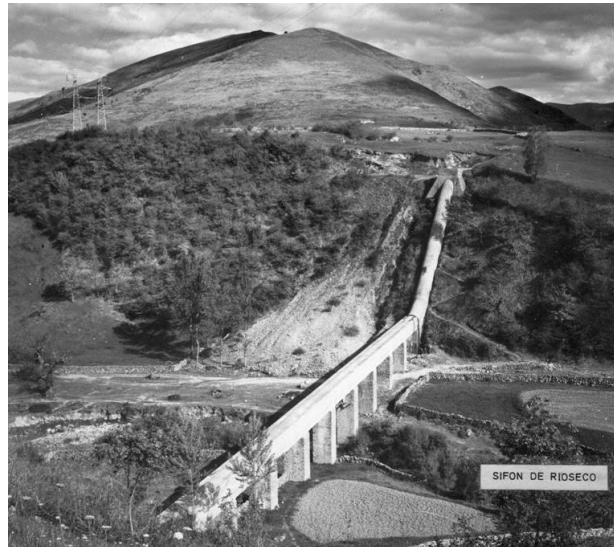


Ilustración 1-23 – Sifón en un imagen de la década de los 60.

El agua se descarga en una cámara de carga rectangular con una capacidad de 8000 metros cúbicos, siendo vertido a la central a través de una tubería de 237 metros.

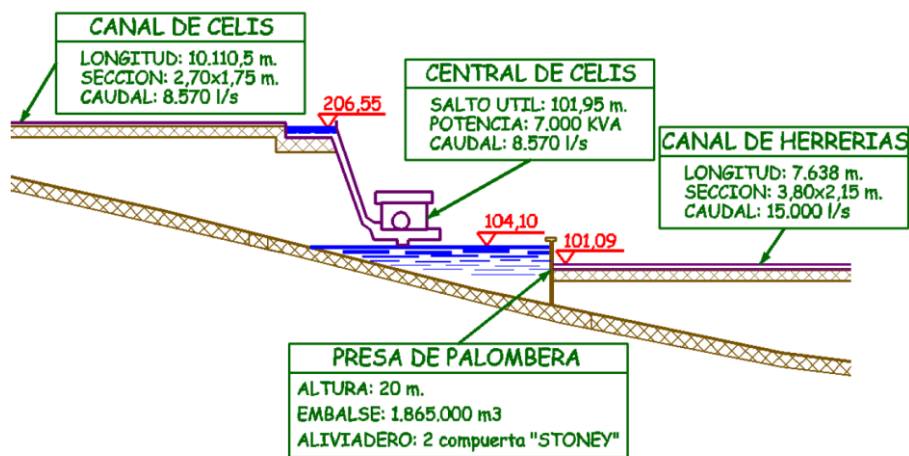


Ilustración 1-24 – Croquis del Salto de Celis.

Las características principales de la central vienen resumidas en la siguiente tabla:

Características de Celis	
Canal	10.110,5 metros
Turbinas	2 turbinas Francis de eje horizontal
Caudal máximo	8,5 m ³ /s
Salto	101,95 metros
Potencia	7,0 MW
Producción Anual	33 GWh

Tabla 1-8 – Características de la Central de Celis

1.5.4 Central de Herrerías.

La última derivación va conducida por un canal de cerca de 8 kilómetros de longitud, llegando a la central de Herrerías, la última que se encuentra en el río Nansa, según su cota de elevación. Esta central se encuentra en el municipio de Herrerías y tiene una turbina de tipo Francis. Tras su paso por la central, el agua sigue su curso natural por el río hasta su desembocadura.

El canal recoge el agua del embalse de la Palombera, y es un canal cubierto en su totalidad. Este canal, al igual que el resto, está situado al margen izquierdo del río, no obstante, el equipo generador de Herrerías está en el flanco derecho del río debido al espacio reducido, siendo la única que se encuentra en esta localización. Para salvar la situación, se optó por construir una tubería curva en forma de sifón invertido.



Ilustración 1-25 – Central de Herrerías y conducto.

En la ilustración anterior se puede ver la forma de la tubería curva, y el edificio donde se encuentran las turbinas de la central de Celis.

Las características principales de la central vienen resumidas en la siguiente tabla:

Características de Herrerías	
Canal	7.369 metros
Turbinas	2 turbinas Francis de eje horizontal
Caudal máximo	15 m ³ /s
Salto	64,91 metros
Potencia	7,4 MW (2 x 3,7 MW)
Producción Anual	31 GWh

Tabla 1-9 – Características de la Central de Herrerías.

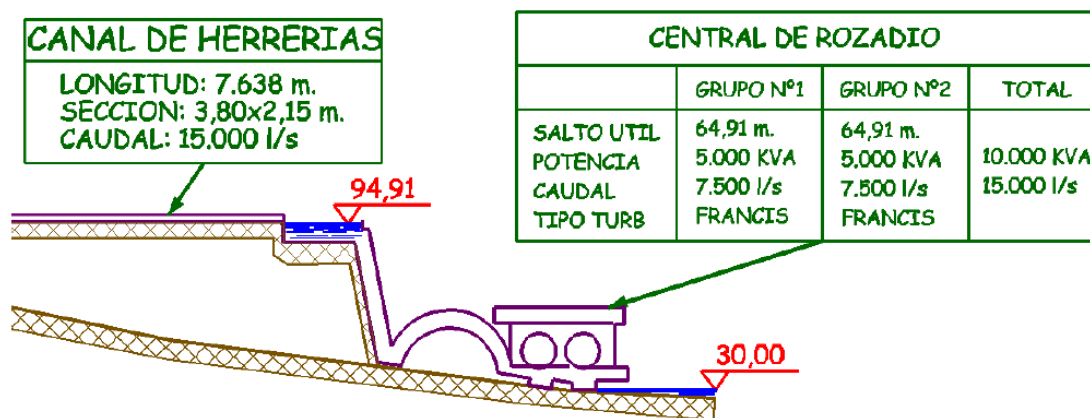


Ilustración 1-26 – Croquis del Salto de Herrerías.

1.5.5 Consideraciones finales.

En la última de las centrales del Nansa, la de Herrerías, se puede evacuar la producción de electricidad por una línea cuya tensión es de 55 kV. [11] A su vez, la central de Rozadío sirve de enlace con la subestación que se encuentra en el barrio de la Turbera de Puente San Miguel, la más cercana perteneciente a la Red de Transporte Nacional.

A modo final, se establece un gráfico comparativo que relaciona la potencia con el salto de las diferentes centrales del Nansa. Destaca entre el resto, la central de Peña de Bejo, que se encuentra en la cabecera y posee el mayor salto y potencia instalada.

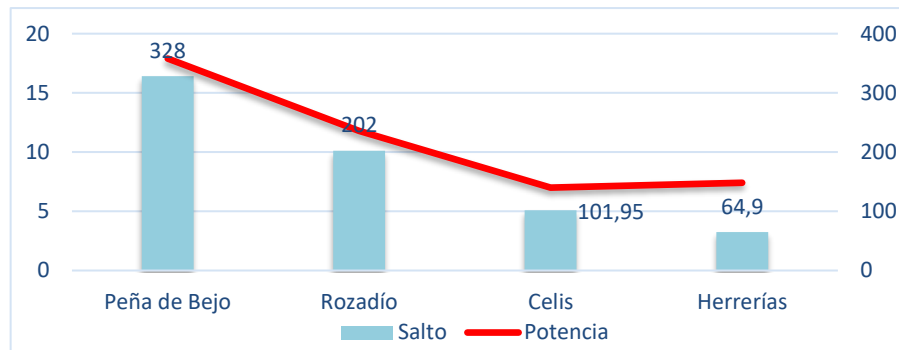


Ilustración 1-27 – Comparación entre las diferentes centrales del Río Nansa.

Como se puede ver, la central de cabecera es la que tiene mayor salto, y por lo tanto la que tiene mayor potencia. A medida que va avanzando el río, los saltos van disminuyendo, aunque se sigue aprovechando con otros saltos de menor calado.

La potencia total del conjunto asciende a los 44,1 MW instalados, repartidos entre los cuatro saltos. Se estima que la producción anual de energía eléctrica que genera el conjunto es de 135.000 MWh. [38]

Las centrales hidroeléctricas de Cantabria se pueden resumir en el siguiente cuadro:

Centrales Hidroeléctricas de Cantabria			
Central	Producción Bruta (MWh)	Potencia Instalada (MW)	Tipo
Bárcena	7.629	2,72	HF
Urdón	17.668	5,95	HF
Torina	31.745	15,2	HF
Aguayo	420.357	339,2	BP
Guriezo	2.506	3,48	HR
La Gándara	20.822	5,38	HF
Ebro	9.158	5,58	HR
Emiliana	3.587	1,3	HF
Conjunto Nansa	135.185	44,1	HR

Tabla 1-10 – Generación de energía eléctrica en Cantabria. / Fuente: La Energía en Cantabria en un Marco Globalizado.

Donde:

- HR: Hidroeléctrica de regulación.
- BP: Bombeo a presión.
- HF: Hidroeléctrica fluyente.

Por lo tanto, con los anteriores datos que se tienen de dicho conjunto de saltos, se está hablando de la mayor central hidroeléctrica de regulación en Cantabria, y la segunda hidroeléctrica a nivel global de la región, por lo que la importancia de los conjuntos de saltos que se encuentra en el Nansa es de vital importancia para abastecer las necesidades de la población.

1.6 Impacto Ambiental.

1.6.1 Concesiones del río Nansa.

El río Nansa, como bien se ha mencionado anteriormente, es uno de los más intervenidos por la mano del hombre en España. El mayor uso de las aguas que transcurren por él es para uso industrial. [2]

Las concesiones de caudales a junio de 2013 que toman su origen del Nansa son:

Concesiones del Río Nansa (Junio 2013)

Cauce	Municipio	Caudal Máximo (l/s)	Uso
Río Vendul	Rionansa	4	Uso industrial
Río Vendul	Rionansa	5	Abrevadero de ganado
La Pisa	Peñamellera Baja	1,8	Accionamiento molino
Manantiales Las Fuentes	Rionansas	5	Abrevadero de ganado
Nansa	Val de San Vicente	1,5	Riego
Nansa	Val de San Vicente	0,26	Riego
Nansa	Val de San Vicente	2	Riego de invernaderos
Manantial Agua Seles	Lamasón	0,032	Uso ganadero
Arroyo Innominado	Rionansa	0,66	Riego
Arria	Lamasón	5,02	Abastecimiento a Herrerías
Nansa	Herrerías	1,28	Riego
Canal de la Vega	Rionansa	0,91	Abastecimiento a San Sebastián de Garabandal
La Desexada	Polaciones	0,434	Abastecimiento a Santa Eulalia
Nansa	Rionansa	122	Accionamiento molino
Abedules	Lamasón	0,5	Extinción incendios
Nansa	Herrerías	6,48	Accionamiento ferrería
Sondeo	Val de San Vicente	2,5	Uso industrial
Arroyo de Santillán	Cabuérniga	0,5	Abastecimiento
La Tejera	Cabuérniga	0,855	Abastecimiento
Nansa	Rionansa	0,185	Hidrosiembra
Nansa	Herrerías	0,65	Riego

Arroyo La Molina	Rionansa	4	Producción energía eléctrica
Nansa	Polaciones	6850	Producción energía eléctrica
Nansa	Rionansa	6000	Producción energía eléctrica
Vendul	Rionansa	1000	Producción energía eléctrica
Celucos	Rionansa	50	Producción energía eléctrica
La Molina	Rionansa	100	Producción energía eléctrica
Nansa	Herrerías	15000	Producción energía eléctrica

Tabla 1-11 – Concesiones de los caudales del Nansa. / Fuente: CH Cantábrico.

1.6.2 Impacto del Aprovechamiento Energético.

De entre todas las anteriores, destacan aquellas que se utilizan para ámbito de explotación hidroeléctrico, es decir, aquellas que son ámbito de estudio en este trabajo y que están directamente ligadas con la presa y el embalse de la Cohilla.

Todos los elementos de contención, como son las presas y azudes, van produciendo alteraciones en el medio. Estas barreras, imposibilitan el curso natural de los peces, especialmente las instalaciones eléctricas que presentan mayores niveles de salto, impidiendo los movimientos naturales en función del ciclo biológico de los peces, especialmente los peces diadromos, lo que puede llevar a pérdida de especies de este tipo.¹

La presa de la Cohilla es la primera que aparece dentro del sistema escalonado del aprovechamiento energético del Nansa. Esta presa, al igual que la presa de Celis y Herrerías, carece de escalera de peces, por lo que no hay transferencia de estos a través de la presa. Sin embargo, estas presas no son las únicas que generan efectos negativos en el río, sino que hay otras pequeñas presas en desuso, de antiguos molinos, ferrerías, etc., que también afectan a la ictiofauna.

De las cuatro presas que conforma el sistema del Nansa, la única que cuenta con escala de peces es la presa de Palombara. Esta escalera para salmón cuenta con 17 estanques de 4x5 metros y con un desnivel medio de 1,4 metros entre escalones. [19] A pesar de ello, ésta, nunca estuvo en funcionamiento, ya que los peces al remontar la escala eran arrastrados por la corriente, por lo que no podían llegar al embalse. Actualmente, se encuentra tapiado y en desuso. [19] [39]

¹ Según el Ministerio de Medio Ambiente, los peces diadromos son aquellos “peces migratorios que se mueven entre el mar y las aguas dulces”. [30]

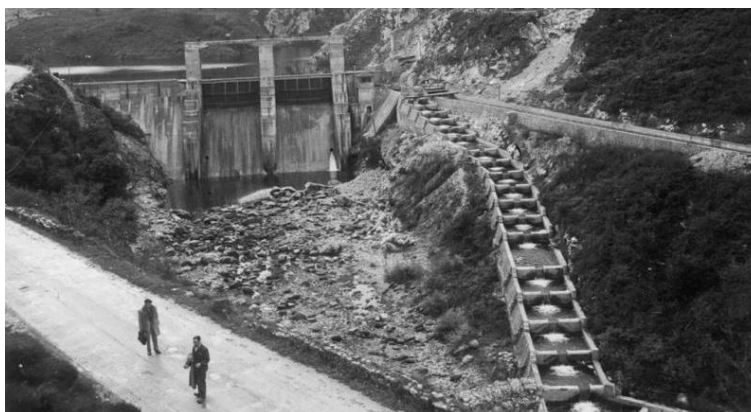


Ilustración 1-28 – Escala de peces de Palombera (a la derecha de la foto) en los años 50.

1.6.3 Medidas frente al Impacto Ambiental.

En el año 2010, la Confederación Hidrográfica del Cantábrico y la sociedad Saltos del Nansa I, llegaron a un acuerdo para realizar una adecuación, que favorezca el desarrollo del hábitat fluvial y la ictiofauna. En el acuerdo, estaba incluida construir escaleras de peces en las presas y azudes de Palombera, Celis y Vendul, haciendo un estudio de viabilidad a su vez del embalse de la Lastra y la Cohilla.

En julio de 2014, se publica el “BOE-8253”, “*por la que se formula declaración de impacto ambiental del proyecto Sistema sostenible de paso de salmones por la presa de Palombera, término municipal de Herrerías (Cantabria).*” Este proyecto se encuentra enmarcado dentro de los convenios firmados en 2010, y que buscan la mejora del medio del Nansa. [19]

Tras estudiar varias alternativas, se optó por la construcción de un ascensor de elevación que permita llevar a los salmones y elevarlos, salvando la presa de Palombera y poder transcurrir otros 12 kilómetros más hasta Rozadío. Este sistema no es del todo novedoso, pues está funcionando en el río Garona en Francia. Este elevador, se situará en el margen derecho, evitando así los problemas de arrastre que sufrían los peces por la escala original debido a su situación en el flanco izquierdo. [39]

El ascensor contará con un sistema de “ida y vuelta”, es decir, contará con un sistema de elevación y otro de descenso, que permita la bajada de los peces igualmente. También, se espera que se construya una minicentral, para asegurar el buen funcionamiento del ascensor, disipando la energía generada en el salto.

Como es lógico, durante la fase de obras, se verán afectados tanto el medio hídrico como la vegetación de la zona, afectando entre otros a la calidad del agua o al arrastre de peces.

Actualmente, se encuentra en fase de construcción, como se puede ver en las siguientes imágenes:



Ilustración 1-29 – Fase de construcción del paso de peces.

1.7 Alcance y Objetivos.

La presa, es un tipo de estructura que soporta grandes esfuerzos y que por lo tanto debe ser revisada continuamente para evitar que existan deformaciones que pongan en peligro la existencia de esta.

Este tipo de estructuras, tales como la presa, o bien también taludes o muros, han sido revisadas a lo largo de los años a través de la topografía. El fin de la topografía para estos casos, es conocer la deformación y el movimiento que pueda sufrir la estructura, y saber si está dentro de unos límites de tolerancia, o la estructura se ha movido por fuera de estos valores. Es, por lo tanto, que esta actividad es de vital importancia, ya que un fallo en las mediciones podría inducir a que la estructura se encuentra en buen estado, pero en realidad podría estar cerca de consecuencias catastróficas.

En el caso de la presa de la Cohilla, se trabaja de forma simultánea con un péndulo y con la estación total topográfica para comprobar el movimiento de la estructura.

El objetivo del trabajo de fin de grado es el de analizar los datos obtenidos del péndulo desde su implantación. Estos datos, facilitados por el tutor Julio Manuel de Luis Ruiz, contienen valores de todos los días del año desde entonces, tales como la temperatura externa, temperatura interna o nivel de la presa.

Una vez analizados los datos, lo que se busca es conseguir un modelo matemático que relacione de manera automática el desplazamiento previsible de la presa en función de las diferentes variables que se consideren y se incluyan en el modelo. Con esto, lo que se busca es conocer el posible desplazamiento en un futuro gracias a los valores históricos que se tienen y hacer una previsión en función de las variables que se tengan.

Por otra parte, la esencia del trabajo está ligada directamente con la naturaleza del grado Ingeniería de Recursos Energéticos, ya que la presa que se está estudiando supone un aprovechamiento energético único en la región. También, el contenido topográfico del trabajo es de gran índole, y se deben aplicar los conocimientos que se han adquirido en las asignaturas de topografía del grado, pero a su vez, requiere de un conocimiento mayor para poder resolver todas las cuestiones que se plantean. Sumado a lo anterior, también se requiere de un conocimiento matemático para poder establecer un modelo que resuelva la principal incógnita del trabajo, por lo que se aplicarán muchos de los conocimientos adquiridos en la etapa universitaria.



2. ESTADO DEL ARTE

Trabajo de Fin de Grado:

“Modelización Deformacional de una Presa: aplicación a la presa de la Cohilla”



2. ESTADO DEL ARTE

2.1 Introducción a la Auscultación.

La definición de topografía se puede deducir fácilmente por su etimología. La palabra topografía viene del griego antiguo “*topos*” (lugar) y “*graphō*” (descripción), por lo tanto, en una primera definición se puede entender como “descripción de un lugar”. Según el geógrafo francés Pierre George (1909-2006), la topografía es aquella “*descripción de la configuración de un lugar, o descripción de los lugares, es decir de una porción de espacio terrestre*” (“Diccionario de la Geografía”. 1970).

Establecida la definición de esta ciencia, tiene numerosas aplicaciones en diversos campos, aunque es mayor su importancia en el ámbito de obra civil. Algunas de las aplicaciones principales pueden ser:

- Cartografía: mapas, ortofotos, fotogrametría, etc.
- Ingeniería agrícola: levantamientos, divisiones de tierra, agrimensura, nivelación de terrenos, etc.
- Ingeniería eléctrica: levantamiento y trazos de líneas de transmisión, construcción para plantas hidroeléctricas, etc.
- Ingeniería mecánica: instalación con precisión de la maquinaria industrial y diversos equipos.
- Ingeniería de minas: levantamiento topográfico, trazado de túneles, galerías, lumbreras, cubicaciones, etc.
- Ingeniería geológica: formaciones rocosas, proyección de las cuencas hidrológicas, fotogeología, etc.
- Ingeniería civil: trabajos topográficos durante una obra (replanteos), auscultaciones, construcción de diversas obras de carácter civil (carreteras, presas, ferrocarriles, etc.).

La naturaleza de este Trabajo de Fin de Grado se basa en una de las aplicaciones de la topografía, las auscultaciones. Las auscultaciones se entienden como un control geodésico de una estructura (como puede ser un talud, o en este caso una presa) en el que se realizan inspecciones periódicas para ver los movimientos que sufre una estructura ante una serie de esfuerzos.

2.1.1 Tipos de Auscultación.

Dentro de las auscultaciones hay diferentes tipos en función de su naturaleza y sus características. [6] [11] [14] [24] [25] [28] [37]

2.1.1.1 Auscultación Geodésica.

Fue el primer tipo de auscultación que se utilizó para controlar el comportamiento de una presa, en función de las medidas geodésicas. Su método se basa en, utilizando un instrumental topográfico de precisión (TP), observar una serie de dianas de puntería que se encuentran aguas abajo de la presa, desde unos pilares de auscultación que también se encontrarán aguas abajo.

Este tipo de medición se podrá realizar tanto con la medición de ángulos o con distancias. En función del tipo de medición, habrá una serie de metodologías y elementos participantes, que se detallarán más adelante por ser la auscultación más común y con la que se trabaja en la Cohilla.

2.1.1.2 Auscultación Hidráulica.

La auscultación hidráulica se refiere a todas aquellas filtraciones que se pueden llegar a producir en una estructura que esté en contacto con el agua, como una presa o una escollera.

Para el control de este tipo de auscultaciones se utiliza un aforador de filtraciones. Las filtraciones manifiestan el comportamiento de la estructura continuamente, no solo en las situaciones puntuales. El caudal de estas filtraciones se debe medir regularmente, analizando el flujo del agua y su estado.

También es necesario medir las presiones intersticiales que se generan en los componentes de la presa y los cimientos, para asegurarse que se encuentra dentro de las previsiones.

El nivel de agua embalsada es otro de los puntos que hay que registrar periódicamente. En algunos lugares donde las temperaturas pueden ser mínimas, la helada puede ocasionar daños en los materiales de la presa.

2.1.1.3 Auscultación Térmica.

La temperatura es otro de los factores del que hay que hacer un severo control. Las diversas temperaturas que se pueden registrar en el entorno de la presa pueden afectar y favorecer tanto a la expansión como a la retracción del hormigón de la presa.

Los dispositivos utilizados para estas mediciones son termómetros que se encuentran embebidos y repartidos por toda la presa, con especial interés en bloques de mayor altura y en los bloques de los estribos.

2.1.1.4 Auscultación Sísmica

Este es un estudio indispensable en las grandes presas, y como se mencionó anteriormente, la presa de la Cohilla está categorizada dentro de esta clase.

Se utilizan sismógrafos para realizar un control de las vibraciones, tanto las producidas por efectos naturales, como las producidas por los trabajos de las personas. Otros aparatos utilizados pueden ser los acelerógrafos, que miden la aceleración que se produce en el terreno en dos o más planos.

2.1.1.5 Auscultación Geotécnica.

La auscultación geotécnica trata de conseguir un registro de los parámetros de orden geotécnico, es decir, trata de controlar el comportamiento del terreno. Las diferentes herramientas que se utilizan, como inclinómetros o acelerómetros, permiten el control del medio natural.

2.1.2 Sensores Utilizados en las Auscultaciones

En este punto nos vamos a centrar exclusivamente en los sensores que forman parte del conjunto de la presa de la Cohilla, es decir, aquellos que se utilizan para controlar la presa. Según la tesis doctoral "*Contraste en la ejecución de auscultaciones geodésicas por métodos clásicos y láser escáner*" (Julio Manuel de Luis Ruiz. 2009), los sensores que se utilizan para el control de la presa son los que se describen a continuación.

2.1.2.1 Péndulos.

Los péndulos que se utilizan para la medición son uno de los objetivos de estudio del presente trabajo. Existen dos variantes, directos e invertidos.

- Péndulos Directos: este dispositivo permite realizar mediciones de los movimientos horizontales de la presa respecto a su punto superior. Consiste en un hilo de acero que se encuentra sujeto en la parte superior de la presa y en el extremo contrario, cuelga un peso que se encuentre inmerso en un depósito de aceite. En el caso de la Cohilla, se toman las mediciones dos veces por semana desde el año 1959.
- Péndulo Invertido: en este caso el péndulo toma las mediciones del movimiento respecto a su punto inferior. Consiste en un hilo de acero inoxidable cuyo extremo inferior se encuentra amarrado y en el extremo contrario dicho hilo se une a un depósito de flotación solidaria a la estructura. Para el péndulo invertido, se toman mediciones mensuales y su instalación fue posterior, en el año 2003. [11]

2.1.2.2 Piezómetros.

Los piezómetros hidráulicos son instrumentos que se utilizan para medir la subpresión y presiones intersticiales en un determinado punto. Aunque tiene diversos usos, habitualmente se utiliza para este tipo de aplicaciones, como puede ser la medición de presiones en la cimentación de las presas de hormigón.

La Cohilla cuenta con ocho piezómetros de cuerda vibrante que se encuentran a tres metros por debajo del contacto de la roca con el hormigón.

2.1.2.3 Aforadores de Filtraciones.

Los aforadores de filtraciones son un tipo de “almacenes” que recoge el agua que proviene de las fugas. Realizando un estudio continuo del caudal y del nivel, se puede saber con exactitud la existencia de filtraciones en una presa.

En el caso que nos corresponde, la presa cuenta con tres aforadores, cada uno en un lugar diferente, para poder determinar las filtraciones según la parte de la estructura. Se encuentran repartidos en el estribo derecho, el estribo izquierdo y la zona de galerías.

2.1.2.4 Sensores de Nivel de Embalse.

Este sensor simplemente se utiliza para conocer el nivel del agua que se encuentra represada. El valor del nivel de embalse es importante, puesto que, a mayor volumen de agua almacenada, mayor será el empuje que ejerza la misma sobre el hormigón.

La presa de la Cohilla cuenta con un sensor completamente automatizado y que arroja un registro continuo del nivel de agua embalsada.

2.1.2.5 Inclinómetro.

Los inclinómetros son utilizados en la auscultación geotécnica para medir los desplazamientos horizontales. Esta medición se lleva a cabo a través de la toma de ángulos respecto a la vertical. Previamente, es necesario la instalación de un tubo que servirá de guía, y por el que se moverá el torpedo que notificará el movimiento del terreno.

2.1.2.6 Acelerómetro.

El acelerómetro es un aparato que realiza un registro de las vibraciones que sufre un material. Los más comunes son los acelerómetros piezoeléctricos, no solo utilizados en el ámbito geotécnico, sino también en maquinaria industrial. Miden las vibraciones desde bajas a altas frecuencias.

Existen otros como los piezoresistivos, capacitivos o Borehole.

2.1.3 Encuadre Referencial.

Las actividades de la ingeniería civil se enfocan en tres aspectos principales, que son: proyectar, construir y explotar. Erróneamente se le ha vinculado habitualmente a la ingeniería cartográfica y geodesia el hecho de proyectar y construir, a pesar de ser una disciplina que se puede encargar también de la explotación de la obra civil.

La topografía y la geodesia son actividades cuya importancia crece enteros a la hora de examinar las deformaciones y la conservación de una obra civil, pudiendo realizar estas comprobaciones de manera periódica para contrastar sus resultados y analizar los posibles movimientos existentes. Es por eso que son herramientas de verdadera importancia para este tipo de situaciones.

2.1.4 Control de Movimientos.

Una determinada estructura civil debe estar preparada para deformarse por debajo de unos valores predeterminados, cuando sufre una serie de empujes o tensiones que favorezcan el movimiento de la estructura, es decir, debe ser una estructura elástica. Las deformaciones que sufre una estructura deben llevar un riguroso control, que permita actuar de manera preventiva en caso de que haya anomalías en el conjunto.

Los esfuerzos que puede sufrir una obra civil de este tipo pueden ser:

- Externas: presión hidráulica, empuje del terreno, etc.
- Internas: motivadas por acciones térmicas o fenómenos de retracción.

2.1.5 Definición de Escenarios.

La auscultación geodésica tiene por objeto el calcular el movimiento de una serie de puntos que han sido evaluados a lo largo del tiempo de manera periódica. En función del tipo de estructura a la que se va a someter a estudio, los rangos de precisiones variarán acorde a las necesidades del elemento. En el caso de una presa, se busca la máxima precisión posible.

La precisión absoluta es aquella que se define como la variación entre la medida que el instrumento es capaz de observar y otra medida tomada como referencia. Los instrumentos que se utilizan en este tipo de prácticas tienen un rango de precisión entre los 3 y 4 milímetros.

Una buena instrumentación topográfica, unido a una buena elección de la metodología y técnica de observación, permite obtener resultados de calidad, con los rangos de precisión necesarios para obtener conclusiones sobre los movimientos de una estructura.

2.1.6 Elementos Participantes.

En función de la elección de la auscultación con la que se vaya a resolver los movimientos de una estructura, variará la forma con la que se trabajará posteriormente a la hora de evaluar los datos obtenidos. No obstante, el tipo de auscultación también afecta a la hora de realizar la captación de los datos, y con ello, los diferentes elementos que forman parte de la auscultación.

Por ello a continuación, se hace una descripción de todos los elementos que forman parte de la auscultación, indistintamente del tipo de resolución por el que hayamos optado.

2.1.6.1 Pilares de Auscultación.

Son el soporte físico donde se debe colocar el instrumento topográfico, y han de garantizar que sea siempre el mismo punto-estación, por lo que su construcción debe tener unas características que garanticen la estabilidad a lo largo de las campañas. Los tipos de materiales que suelen utilizarse en este tipo de estructuras son:

- Hormigón de baja resistencia.
- Barras de hierro corrugado para armar la estructura.

Las dimensiones de los pilares de auscultación admiten ciertas variaciones, aunque habitualmente toman la forma y dimensiones de los vértices geodésicos. En la ilustración inferior se puede apreciar la forma que adopta un pilar de auscultación.

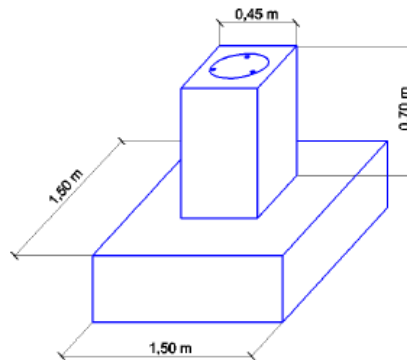


Ilustración 2-1 – Dimensiones habituales de un pilar de auscultación.

La estructura anteriormente mencionada, debe tener un sistema de centrado forzoso, que permita el estacionamiento del instrumento siempre en el mismo punto. Este hecho es de vital importancia para evitar la suma de errores que se pueden evitar con un sistema de este tipo, como pueden ser el error de dirección y de estacionamiento. Este sistema puede ser por ejemplo con un sistema roscado o mediante basadas.

En la presa de la Cohilla, el mecanismo de forzado utiliza una basada donde se adapta el instrumento utilizando una rosca de 3/8". [11] A su vez, tiene tres patas que forman un triángulo que a la hora del estacionamiento se apoyan sobre una placa encima del hormigón del pilar, que cuenta con otras tres muescas para facilitar el encaje del instrumento.

Los pilares están situados a una distancia de entre 100-200 metros del elemento que se va a observar, y siempre que la estructura y el terreno lo permita, deberán estar posicionados fuera del área de movimiento.

Aunque el mínimo de pilares de auscultación necesarios para resolver una auscultación sea de dos, habitualmente se suele trabajar con cuatro pilares por los siguientes motivos:

- Existirá una redundancia de datos, por lo que se podrán realizar comprobaciones además de valores estadísticos como: valor más probable, elipses de error, etc.
- Como para la resolución es necesario un mínimo de dos pilares, en el caso de que uno de los pilares no se pueda utilizar, o bien por dificultad a la hora de realizar la medición o por otros motivos, se puede dejar sin observar.

2.1.6.2 Dianas de Puntería.

Las dianas de puntería como bien indica su nombre son los puntos a los que se realiza la observación. Estos puntos están repartidos de manera estratégica por toda la estructura, de manera que, realizando un estudio del movimiento de estos puntos, se pueda asociar al movimiento de la estructura. En función del tipo de auscultación se utilizan diferentes dianas de puntería como se ve a continuación:

- Auscultación Angular: se utilizan clavos metálicos embebidos aguas abajo de la presa. En este caso se suele dotar al punto de un color llamativo para facilitar la puntería. Al tratarse de un punto milimétrico, el punto al cual se haga la puntería puede ser clave para las mediciones, por lo que habitualmente dicho punto está acompañado de un croquis que haga saber a qué punto del clavo se hace la puntería, para no falsear las mediciones.
- Auscultación Distanciométrica: se utilizan mini-prismas dada las características de la medición de las distancias de la necesidad de un elemento reflexivo que reemita la onda portadora emitida por el instrumento. Estos prismas se suelen encajar en la presa mediante resinas. Permiten realizar distancias de hasta 800-900 metros.
- Auscultación mediante Láser Escáner: se utilizan placas metálicas cuadradas y reflectoras de 15 centímetros de lado. Debido al contraste de colores que posee la placa metálica, el propio láser escáner es capaz de identificar el punto donde se produce el cambio de contraste y realizar en ese punto la observación. Suelen ser de acero inoxidable para favorecer su duración en el tiempo.

Cualquiera sea la diana de puntería elegida, siempre han de distribuirse de manera homogénea como se había mencionado anteriormente, en una malla formada por filas y columnas. En el caso de la presa de la Cohilla la distribución es la siguiente:

2.1.6.3 Puntos de Seguridad.

Los puntos de seguridad son elementos que se utilizan para poder determinar la estabilidad de los pilares de auscultación. Esta comprobación surge de la necesidad de asegurarse de la posición de los pilares de auscultación, que son los elementos de partida a la hora de realizar una auscultación.

La metodología que se requiere para determinar la estabilidad de los pilares de auscultación en una auscultación angular es la intersección inversa, para lo que son necesarios tres puntos por pilar de auscultación. Debido a la disposición de los pilares de auscultación, en ocasiones es difícil obtener tres puntos de seguridad por cada pilar, por lo que se opta por tener menos puntos de seguridad que permitan contrastar el movimiento de los pilares de auscultación a través de intersecciones inversas múltiples.

En la presa de la Cohilla se tienen ocho puntos de seguridad situados entre 100-300 metros de los pilares y que a su vez están entre 100-200 metros de la presa. Con estas distancias de margen, se puede afirmar que los puntos de seguridad están fuera del movimiento.

2.1.6.4 Polares.

Son puntos que solo están presentes en las auscultaciones angulares. Estos puntos se encuentran fuera del área de la presa, y se utilizan como referencia a la hora de inicializar el ángulo horizontal.

En la presa de la Cohilla se utilizan dos polares diferentes y permiten calcular en función de las lecturas promedio ejecutadas a ambas polares, conseguir un origen de ángulos horizontales igual para diferentes campañas.

2.1.6.5 Instrumental Topográfico.

Las observaciones que se realizan desde los pilares de auscultación hacia las polares, puntos de seguridad y dianas de puntería deben ser las más precisas posibles. Para lograrlo, el instrumental utilizado deben ser teodolitos de alta precisión (TAP) o como mínimo teodolitos de precisión (TP) cuya apreciación no deberá ser mayor al segundo sexagesimal.

Desde su construcción, la presa se ha auscultado con diferentes aparatos, que son:

Aparatos de Medición Utilizados en la Presa			
Instrumento	Campañas	Apreciación Angular	Aumentos Anteojo
Wild T3	Hasta la 42	0,1"	40
Leica TC2000	42-62	1"	40
Leica TC2003	62 en adelante	0,5"	35

Tabla 2-1 – Aparatos utilizados durante la auscultación de la presa ordenados desde el inicio hasta el presente. / Fuente: Topografía Aplicada a la Ingeniería.

Para finalizar, se desarrolla un croquis a continuación de la forma que adopta el conjunto con los elementos participantes.

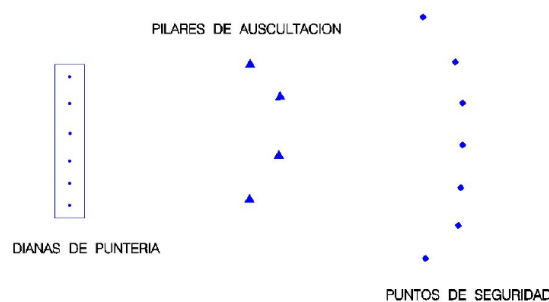


Ilustración 2-2 – Croquis de los puntos intervinientes en una auscultación.

2.2 Auscultación Geodésica Planimétrica.

Tal y como se explica en la tesis doctoral “*Contraste en la ejecución de auscultaciones geodésicas por métodos clásicos y láser escáner*” (Julio Manuel de Luis Ruiz. 2009), se establecen dos grandes grupos de auscultaciones, la angular y la distanciométrica, y sus diferentes metodologías para su cálculo. [11] [14] [28] [37]

2.2.1 Angular.

2.2.1.1 Introducción.

En el primer grupo de auscultaciones planimétricas, se encuentra la auscultación angular, aquella que ha sido resuelta mediante la toma de ángulos. Este tipo de

auscultación se puede resolver con tres metodologías de diferente naturaleza y son: el método numérico, método gráfico y el método de variación de coordenadas.

2.2.1.2 Observable Angular.

En una auscultación existen principalmente tres redes, la red de pilares de auscultación, la red de dianas de puntería y por último la red de puntos de seguridad.

Para el caso de la presa de la Cohilla, el diseño de las redes ya está definido debido a la disposición que tienen todos los elementos participantes. No obstante, lo que si variará será la incertidumbre que se genera en esta observación angular, que cambiarán en función del instrumental topográfico seleccionado.

2.2.1.3 Método de Observación.

La técnica más utilizada es la denominada vuelta de horizonte. Sus pasos son:

- Utilizar una referencia (polar) por pilar, que sea visible y que se encuentre a una distancia que garantice la correcta puntería. Es en esta referencia donde se inician la lectura de los ángulos horizontales.
- Iniciada la medida de los ángulos horizontales, desde cada pilar se observan los ángulos horizontales en círculo directo (CD) de todos los puntos de la red. Esta observación se hará en el sentido de las agujas del reloj.
- Una vez observados todos los puntos de la red, se concluye en la referencia que se utilizó de inicio, para así calcular un error que deberá ser inferior a una precisión establecida.
- Cuando se comprueba que el cierre está por debajo de la tolerancia admitida, se realiza el mismo procedimiento tomando las mediciones en círculo inverso (CI). Este proceso de realizarlo primero en círculo directo y después en círculo inverso se denomina serie de medición.
- Utilizando esta técnica no es recomendable superar las cuatro series de medición, ya que, a partir de este punto, la precisión solo podrá mejorarse con un instrumental de mayor calidad.

2.2.1.4 Intersección Directa.

Las intersecciones directas son utilizadas para calcular el movimiento que han sufrido las dianas de puntería, creando los triángulos que formando la red de la intersección desde los pilares de auscultación.

El punto de partida de la intersección directa angular es conocer las coordenadas de dos pilares de auscultación, y conociendo esas coordenadas, realizar mediciones angulares a una diana de puntería.

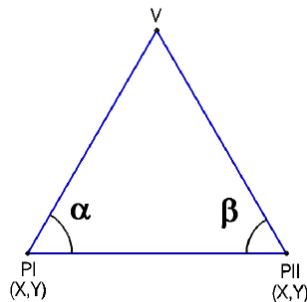


Ilustración 2-3 – Ejemplo de Intersección Directa.

Conociendo las coordenadas de los dos pilares, se puede obtener la distancia y el acimut entre ambos:

$$D_I^{II} = \sqrt{(X_{II} - X_I)^2 + (Y_{II} - Y_I)^2}$$

$$\theta_I^{II} = \arctang \frac{X_{II} - X_I}{Y_{II} - Y_I}$$

A su vez, medidos los ángulos α y β , se pueden determinar las distancias de los pilares de auscultación a la diana de puntería con el teorema del seno:

$$\frac{D_I^{II}}{\sin \gamma} = \frac{D_{II}^V}{\sin \alpha} = \frac{D_I^V}{\sin \beta}$$

Resueltas las distancias, y conocidos los ángulos, se pueden obtener las coordenadas de la diana de puntería de la siguiente manera:

$$X_D = X_P + D_P^D * \sin \theta_P^D$$

$$Y_D = Y_P + D_P^D * \cos \theta_P^D$$

2.2.1.5 Intersección Inversa.

Por su parte, las intersecciones inversas son las que se utilizan para calcular los desplazamientos de los pilares de auscultación, utilizando las medidas tomadas desde los puntos de seguridad. Para poder realizar este procedimiento, es necesario como mínimo, realizar observaciones desde tres puntos de seguridad.

Con la intersección inversa múltiple, se hacen medidas desde más puntos de seguridad, para obtener un exceso de datos que permita realizar comprobaciones.

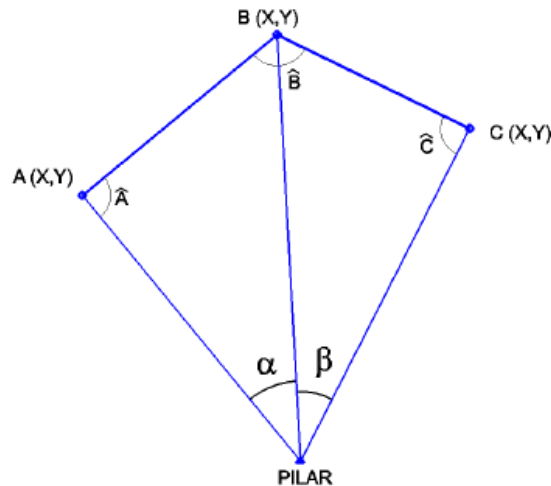


Ilustración 2-4 – Ejemplo de Intersección Inversa Múltiple.

En este sistema inicialmente se conocen, las distancias entre los puntos de seguridad y sus acimutes, ya que se saben las coordenadas de estos puntos, de tal manera que:

$$D_A^B = a = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2}$$

$$D_B^C = b = \sqrt{(X_B - X_C)^2 + (Y_B - Y_C)^2}$$

$$\theta_A^B = \arctang \frac{X_A - X_B}{Y_A - Y_B}$$

$$\theta_B^C = \arctang \frac{X_B - X_C}{Y_B - Y_C}$$

Por lo tanto, el ángulo B se calcula:

$$B = \theta_B^A - \theta_B^C$$

A partir de estos datos, se pueden resolver las incógnitas que ayudarán a solucionar la intersección inversa:

$$M = \frac{b * \sen \alpha}{a * \sen \beta}$$

$$N = 400 - (B + \alpha + \beta) \left\{ \begin{array}{l} I = 1 + M * \cos N \\ J = M * \sen N \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} A = \arctan \frac{J}{I} \\ C = N - A \end{array} \right\}$$

Con estas magnitudes, podemos calcular las coordenadas del pilar de auscultación:

$$X_P = X_A + D_A^P * \sen \theta_A^P$$

$$Y_P = Y_A + D_A^P * \cos \theta_A^P$$

Antes de comenzar la auscultación, es necesario comprobar la fijación de los pilares de auscultación. Es un proceso de vital importancia, ya que estos deben permanecer inamovibles durante el paso del tiempo. Su comprobación se realiza a través de un conjunto de intersecciones inversas múltiples generadas entre las visuales de los puntos de seguridad y los pilares.

Después de resolver el conjunto de intersecciones, se comprobará que tanto como los pilares de auscultación como los puntos de seguridad han permanecido inmóviles. Esta conclusión se debe a que tanto los puntos de seguridad como los pilares, se encuentran fuera del área de movimiento y con una construcción que impide el movimiento de este. Otra forma de comprobar la estabilidad de los puntos es cerciorarse de que los ángulos entre campañas entre estos puntos sean iguales, de esta forma se vería que no ha habido desplazamientos.

Despejada la incertidumbre del movimiento de estos puntos, se puede proceder a la auscultación.

2.2.1.1 Método Numérico.

La primera metodología con la que se puede resolver las auscultaciones angulares es el método numérico. Con todos los juegos de visuales realizadas, es decir, contando con que el sistema tenga cuatro pilares, para cada diana de puntería existirán seis intersecciones directas.

Para cada diana de puntería existirán seis coordenadas que tendrán que ser aproximadas pero que no serán idénticas. Dado este hecho, se tendrá que hacer una media ponderada de las seis coordenadas para obtener unas coordenadas con las que poder hacer la diferencia entre las diferentes coordenadas entre campañas sucesivas. Las seis intersecciones que conforman la red son:

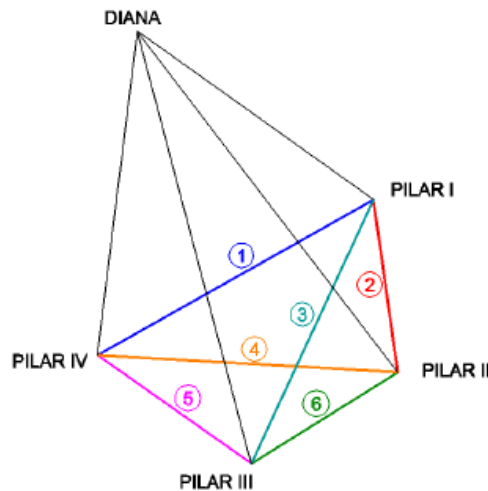


Ilustración 2-5 – Intersecciones directas que surgen por cada diana de puntería.

En esta metodología son de gran importancia las coordenadas del conjunto de pilares y las coordenadas de la diana. Debido al número de coordenadas que existen, se le asignan pesos a cada una de las intersecciones del conjunto, representando la precisión de la intersección.

Al tratarse de una intersección directa, se necesitan dos observaciones por punto, por lo que se genera un margen de error debido al desfase entre las dos mediciones. Este desfase recibe el nombre de error angular (ϵ_H), y se puede ver reflejado en la siguiente figura.

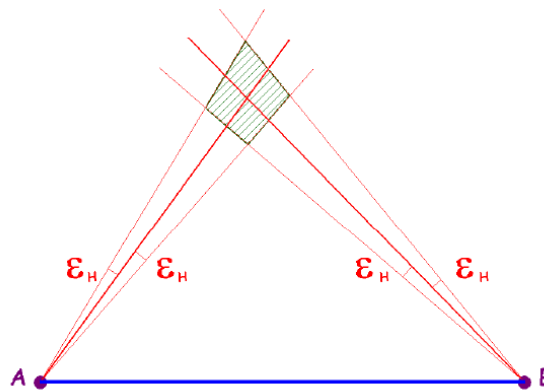


Ilustración 2-6 – Error angular en las intersecciones.

Si las desviaciones angulares se consideran como paralelas y sumado a la prácticamente inexistente probabilidad de que se produzcan las máximas desviaciones en ambas visuales, se logra encajar una elipse de error, cuyo semieje mayor equivale a la tolerancia en las intersecciones directas angulares.

Llegados a este punto, es necesario referirse a la teoría de los diámetros conjugados de una elipse establecido por Apolonio de Perga (262 a.C – 190 a.C.) para calcular el semieje mayor de la elipse.

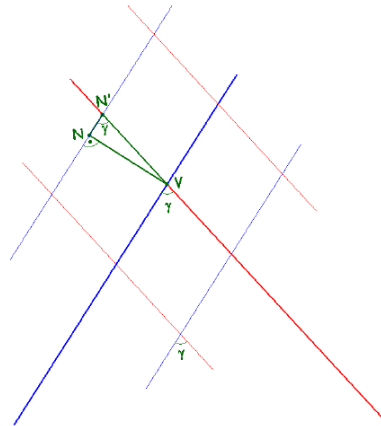


Ilustración 2-7 – Valor del diámetro conjugado de la elipse.

Se puede observar que en el triángulo formado por los vértices VNN', el lado VN' equivale al valor del diámetro conjugado. Este valor se puede calcular aproximando otro de los lados, el VN, al arco, de la siguiente manera:

$$VN = L * \varepsilon_H * \sqrt{2}$$

$$\text{sen } \gamma = \frac{VN}{VN'} \rightarrow VN' = \frac{VN}{\text{sen } \gamma}$$

$$VN' = \frac{L * \varepsilon_H * \sqrt{2}}{\text{sen } \gamma}$$

Para obtener el semieje mayor de la elipse, se utiliza la teoría de los diámetros conjugados de Apolonio.

$$a^2 + b^2 = 2 * VN'^2$$

$$2 * a * b = 2 * VN'^2 * \text{sen } \gamma$$

Si se suman estas dos ecuaciones se obtiene:

$$a^2 + b^2 + 2 * a * b = 2 * VN'^2 * (1 + \text{sen } \gamma)$$

$$(a + b)^2 = 2 * VN'^2 * (1 + \text{sen } \gamma)$$

$$(a + b) = \sqrt{2} * VN' * \sqrt{1 + \text{sen } \gamma}$$

Si se restan las expresiones originales:

$$a^2 + b^2 - 2 * a * b = 2 * VN'^2 * (1 - \text{sen } \gamma)$$

$$(a - b)^2 = 2 * VN'^2 * (1 - \text{sen } \gamma)$$

$$(a - b) = \sqrt{2} * VN' * \sqrt{1 - \text{sen } \gamma}$$

Sumando las dos expresiones que se han calculado:

$$2 * a = \sqrt{2} * VN' * [\sqrt{1 + \text{sen } \gamma} + \sqrt{1 - \text{sen } \gamma}]$$

$$a = \frac{\sqrt{2} * VN'}{2} * [\sqrt{1 + \text{sen } \gamma} + \sqrt{1 - \text{sen } \gamma}]$$

Considerando la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\frac{1}{2} * [\sqrt{1 + \operatorname{sen} \gamma} + \sqrt{1 - \operatorname{sen} \gamma}] = \cos \frac{\gamma}{2}$$

Sustituyendo se reduce a la expresión:

$$a = \sqrt{2} * VN' * \cos \frac{\gamma}{2}$$

Con el valor anteriormente conocido de VN' y la siguiente igualdad trigonométrica se sustituye:

$$VN' = \frac{L * \varepsilon_H * \sqrt{2}}{\operatorname{sen} \gamma}$$

$$\operatorname{sen} \gamma = 2 * \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} * \cos \frac{\gamma}{2}$$

$$a = \frac{\sqrt{2} * L * \varepsilon_H * \sqrt{2} * \cos \frac{\gamma}{2}}{2 * \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} * \cos \frac{\gamma}{2}}$$

Resultando la siguiente ecuación del semieje de la elipse de error:

$$a = \frac{L * \varepsilon_D}{\operatorname{sen} \frac{\gamma}{2}}$$

Por último, el peso de cada una de las intersecciones queda marcado por la siguiente ecuación:

$$Peso = \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{\gamma}{2}}{L^2}$$

Donde:

- γ : ángulo intersección.
- ε_H : error angular.

Finalmente, como lo que se desea es conseguir el desplazamiento de las dianas de puntería, esta se determina por la diferencia que han sufrido las coordenadas entre campañas.

2.2.1.2 Método Gráfico.

En el segundo de los métodos, la distancia que se ha movido la diana de puntería se determina de manera gráfica. Para este caso, es necesario conocer las coordenadas de los pilares de auscultación y las coordenadas aproximadas de las dianas de puntería. Dado este requerimiento, habitualmente se dota de unas coordenadas a los elementos participantes en la primera campaña, y son utilizadas posteriormente en las siguientes campañas.

Una vez conocidas las posiciones iniciales de los puntos, se consiguen las distancias aproximados entre los pilares y la diana. Estos valores se pueden considerar invariables de una observación a otra, al ser variaciones que se pueden discriminar. La expresión con la cual se determina la distancia es:

$$Distancia = \sqrt{(\Delta X_{PILAR}^{DIANA})^2 + (\Delta Y_{PILAR}^{DIANA})^2}$$

El método consiste en valorar el movimiento que han sufrido dos observaciones consecutivas. Esta variación se puede calcular o bien a través de acimutes o bien a

través de las lecturas del ángulo horizontal. Para obtener este incremento se puede realizar:

- Convirtiendo las lecturas del ángulo horizontal a acimutes; primero calculando la desorientación y seguidamente los acimutes. El desplazamiento se obtendrá como resultado de la diferencia entre los acimutes de cada campaña:

$$\Delta\alpha_{PILAR}^{DIANA} = \theta_{PILAR}^{DIANA}(n) - \theta_{PILAR}^{DIANA}(n+1)$$

- Teniendo las lecturas, se puede lograr el desplazamiento como resultado de la diferencia entre lecturas de cada campaña, si el origen de ángulos horizontales sigue la misma dirección en ambas campañas:

$$\Delta\alpha_{PILAR}^{DIANA} = L_{PILAR}^{DIANA}(n) - L_{PILAR}^{DIANA}(n+1)$$

- Si en el caso anterior las lecturas no tienen las mismas orientaciones, el desplazamiento dependerá también de la diferencia de orientaciones:

$$\Delta\alpha_{PILAR}^{DIANA} = L_{PILAR}^{POLAR}(n) - L_{PILAR}^{DIANA}(n) - L_{PILAR}^{POLAR}(n+1) + L_{PILAR}^{DIANA}(n+1)$$

El desplazamiento angular que se obtiene es de una dimensión muy reducida, se puede sustituir el arco por una tangente, y el radio por la distancia aproximada entre pilar y diana, por lo que se puede emplear las relaciones establecidas para dos infinitésimos:

$$\text{Desplazamiento} = \frac{\Delta\alpha_{PILAR}^{DIANA} * D}{r''}$$

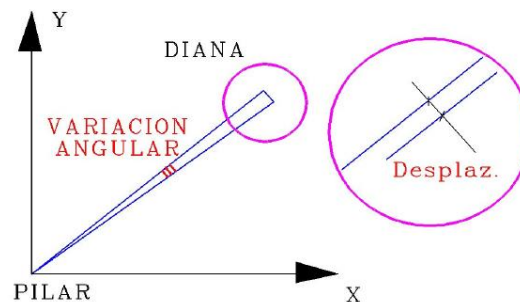


Ilustración 2-8 – Desplazamiento angular entre dos medidas.

La posición inicial se coloca habitualmente en un plano de escala 5/1 o 10/1, y es a partir de esta posición donde se marcan todas las direcciones con su correspondiente desplazamiento entre campañas. Cada uno de los pilares tiene un desplazamiento, y esta serie de desplazamientos formarán un punto o un polígono, cuyo número de lados equivaldrá al número de visuales. En el punto o en el polígono, se encontrará la nueva posición de la diana. Esta nueva posición estará influenciada por la calidad del observable. Si se han producido pequeños errores a la hora de realizar la observación, la diana quedará encuadrada en un polígono, tomando como punto para obtener el desplazamiento el centro de dicho polígono. En el improbable caso de que no se hayan producido pequeñas desviaciones, los desplazamientos de los pilares convergerán en un único punto, que será la nueva localización de la diana.

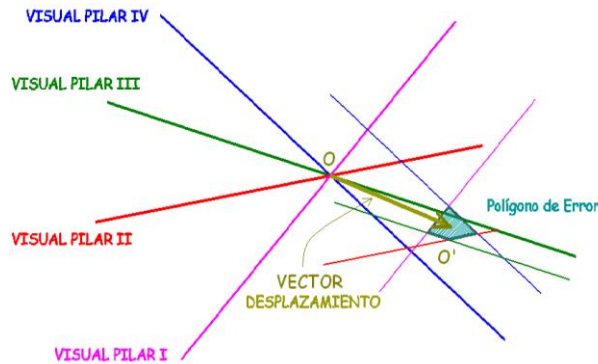


Ilustración 2-9 – Desplazamiento de la diana de puntería.

2.2.1.3 Método de Variación de Coordenadas en Intersecciones Directas.

En esta nueva metodología que evalúa las coordenadas, en el caso de que el ángulo de partida sea diferente, es decir, el ángulo medido desde el pilar de auscultación hacia la diana de puntería, ya se conocerá que la diana ha sufrido una desviación. Del mismo modo, si este ángulo no ha variado, significará que no ha habido cambio de coordenadas.

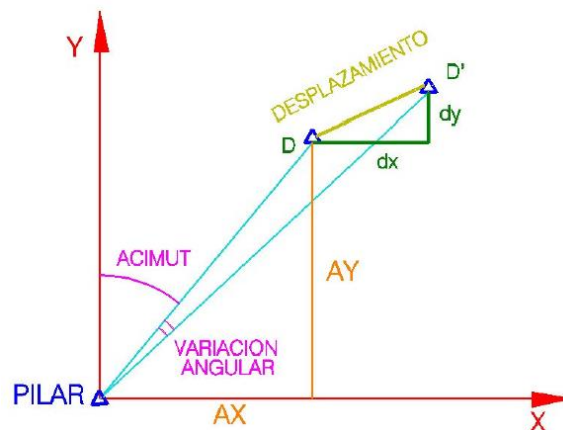


Ilustración 2-10 – Variación de coordenadas de una campaña a otra.

$$\operatorname{tg} \theta_i^j = \frac{X_i - X_j}{Y_i - Y_j}$$

$$i = \text{Pilar} \ll \gg j = \text{Diana}$$

Si derivamos y sustituimos la anterior expresión nos resulta:

$$\frac{1}{\cos^2 \theta_i^j} * d\theta_i^j = \frac{Y_i - Y_j}{(Y_i - Y_j)^2} * dx - \frac{X_i - X_j}{(X_i - X_j)^2} * dy$$

$$\cos^2 \theta_i^j = \frac{(Y_i - Y_j)^2}{(D_i^j)^2}$$

$$\frac{(D_i^j)^2}{(Y_i - Y_j)^2} * d\theta_i^j = \frac{Y_i - Y_j}{(Y_i - Y_j)^2} * dx - \frac{X_i - X_j}{(X_i - X_j)^2} * dy$$

$$d\theta_i^j = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j * dx - \Delta X_i^j * dy] + r$$

Esta anterior ecuación a la que se han concluido, se le aplica individualmente a cada uno de los pilares, obteniendo:

$$\Delta\theta_I = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j * dx - \Delta X_i^j * dy]$$

$$\Delta\theta_{II} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j * dx - \Delta X_i^j * dy]$$

$$\Delta\theta_{III} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j * dx - \Delta X_i^j * dy]$$

$$\Delta\theta_{IV} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j * dx - \Delta X_i^j * dy]$$

Donde:

- $\Delta\theta_n$: incremento angular entre campañas.
- D_i^j : distancia entre pilar de auscultación y diana de puntería.
- ΔX : incremento en el eje X entre pilar de auscultación y diana de puntería.
- ΔY : incremento en el eje Y entre pilar de auscultación y diana de puntería.

Teniendo las anteriores igualdades, se puede resolver a través de sistemas matriciales.

$$[\Delta\theta] = [A] * [X]$$

$$\Delta\theta = A * X$$

$$A^t * \Delta\theta = A^t * A * X$$

$$\left. \begin{matrix} A^t * \Delta\theta = P \\ A^t * A = N \end{matrix} \right\} P = N * X \rightarrow X = N^{-1} * P$$

Habitualmente existirá una redundancia de datos debido a que se realizan más de dos observaciones a los puntos de seguridad:

$$\Delta\theta = A * X + R$$

$$Residuo = R = \Delta\theta - A * X$$

Con el Residuo se pueden obtener la varianza y la desviación típica:

$$Varianza = S^2 = \frac{R^t * R}{m - n} \ll \gg Desviación\ típica = \sqrt{S^2} = S$$

Habiendo definido previamente “m” como el número de ecuaciones y “n” el número de incógnitas, se puede calcular la varianza, con la que se obtendrá la covarianza:

$$C = S^2 * N^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 \end{pmatrix}$$

A través de la teoría de autovalores y autovectores:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} [\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \pm \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4 * \sigma_{XY}^2}]$$

Con esta última ecuación, se pueden obtener las máximas y mínimas desviaciones (σ). Estos valores se pueden ver en la elipse de error a la vez que el acimut.

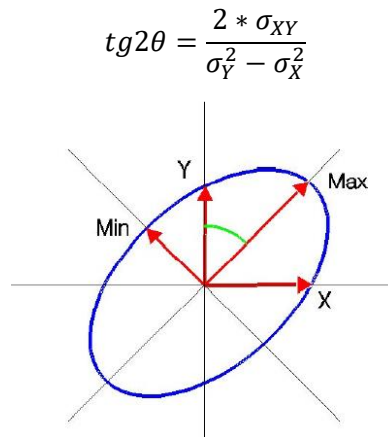


Ilustración 2-11 — Desviaciones máxima y mínima dentro de la elipse de error.

2.2.1.4 Método de Variación de Coordenadas en Intersecciones Inversas.

Las coordenadas de los pilares se pueden calcular a través de intersecciones directas desde los pilares de auscultación hacia los puntos de seguridad. Las coordenadas de los puntos de seguridad se consideran impasibles en el tiempo, ya que se encuentran fuera del área de influencia del movimiento y su tipo de construcción favorece a que permanezcan inmóviles. Se precisa conocer pues, los ángulos entre los puntos de seguridad y del pilar; y las coordenadas iniciales de la red de vértices.

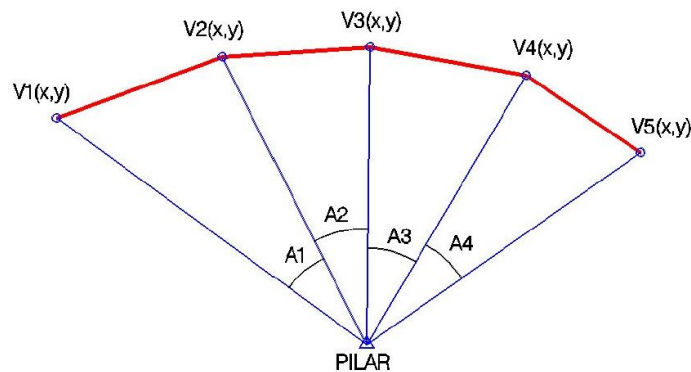


Ilustración 2-12 – Ángulos existentes entre un determinado pilar y diversos puntos de seguridad.

Al igual que en el método que se resolvía a través de intersecciones directas, se aplica el método general de variación de coordenadas.

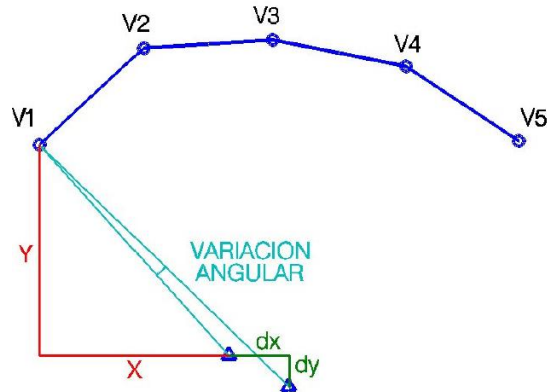


Ilustración 2-13 – Aplicación del método general de variación de coordenadas.

En relación a la anterior figura, se establece para cada punto de seguridad lo siguiente:

$$\Delta\theta = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j * dx - \Delta X_i^j * dy]$$

Donde:

- $\Delta\theta_n$: incremento angular entre campañas.
- D_i^j : distancia entre pilar de auscultación y diana de puntería.
- ΔX : incremento en el eje X entre pilar de auscultación y diana de puntería.
- ΔY : incremento en el eje Y entre pilar de auscultación y diana de puntería.

Teniendo las anteriores igualdades, se puede resolver a través de sistemas matriciales.

$$[\Delta\theta] = [A] * [X]$$

$$\Delta\theta = A * X$$

$$A^t * \Delta\theta = A^t * A * X$$

$$\left. \begin{array}{l} A^t * \Delta\theta = P \\ A^t * A = N \end{array} \right\} P = N * X \rightarrow X = N^{-1} * P$$

Habitualmente existirá una redundancia de datos debido a que se realizan más de dos observaciones a los puntos de seguridad:

$$\Delta\theta = A * X + R$$

$$Residuo = R = \Delta\theta - A * X$$

Con el Residuo se pueden obtener la varianza y la desviación típica:

$$Varianza = S^2 = \frac{R^t * R}{m - n} \ll \gg Desviación\ típica = \sqrt{S^2} = S$$

Habiendo definido previamente “m” como el número de ecuaciones y “n” el número de incógnitas, se puede calcular la varianza, con la que se obtendrá la covarianza:

$$C = S^2 * N^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 \end{pmatrix}$$

A través de la teoría de autovalores y autovectores:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} [\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \pm \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4 * \sigma_{XY}^2}]$$

Con esta última ecuación, se pueden obtener las máximas y mínimas desviaciones (σ). Estos valores se pueden ver en la elipse de error a la vez que el acimut.

$$tg2\theta = \frac{2 * \sigma_{XY}}{\sigma_Y^2 - \sigma_X^2}$$

2.2.2 Distanciométrica.

2.2.2.1 Introducción.

Al igual que ocurre en las auscultaciones geodésicas resueltas mediante el observable angular, en el caso de las distancias también se pueden resolver por tres métodos, igualmente denominados método numérico, método gráfico y método de variación de coordenadas.

2.2.2.2 Observación Distanciométrica.

En el caso del observable distanciométrico, los métodos de resolución serán las intersecciones directas e inversas de distancias y la trilateración.

Conociendo las coordenadas de dos puntos se puede obtener la distancia existente entre ellas:

$$D_{II}^I = \sqrt{(X_{II} - X_I)^2 + (Y_{II} - Y_I)^2}$$

Cuando se toman las medidas de los puntos conocidos al punto deseado, se pueden obtener los ángulos interiores:

$$(D_{II}^V)^2 = (D_I^{II})^2 + (D_I^V)^2 - 2 * D_I^{II} * D_I^V * \cos \alpha$$

$$\alpha = \arccos \frac{(D_{II}^V)^2 - (D_I^{II})^2 - (D_I^V)^2}{2 * D_I^{II} * D_I^V}$$

2.2.2.3 Método de Observación.

En el caso de las distancias no existe ninguna metodología predeterminada, por lo que habitualmente se suele utilizar el mismo estilo de observación que en el caso angular.

En los últimos años se ha ido sustituyendo progresivamente la observación angular por la observación distanciométrica. Esto se debe a que en el observable angular crea una incertidumbre debido a la falta de perpendicularidad del prisma con el eje de colimación, algo que se discrimina en el observable distanciométrico.

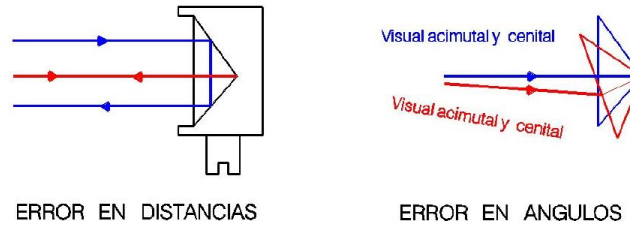


Ilustración 2-14 – Errores producidos en las mediciones.

2.2.2.4 Intersección de Distancias.

Partiendo de las coordenadas conocidas de dos pilares de auscultación, los datos que obtenemos mediante las mediciones son las distancias desde los pilares hasta el punto en cuestión. Con ello, podemos resaltar las siguientes ecuaciones:

$$(X_V - X_I)^2 + (Y_V - Y_I)^2 = (D_I^V)^2$$

$$(X_V - X_{II})^2 + (Y_V - Y_{II})^2 = (D_{II}^V)^2$$

Tendremos una situación donde nos encontraremos con dos incógnitas, que son la X y la Y de las coordenadas del punto desconocido, pero puesto que tenemos dos ecuaciones, se podrán calcular de manera sencilla.

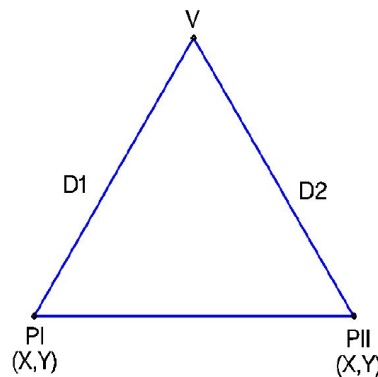


Ilustración 2-15 – Ejemplo de Intersección de Distancias.

La rapidez y sencillez con la que se resuelve el sistema comparado con el sistema angular, lo convierte en un sistema totalmente independiente del observador. Igual que sucede en las observaciones angulares, observando las distancias de toda la red de pilares se obtiene un exceso de datos con los que realizar comprobaciones y calcular errores, obteniendo la intersección múltiple de distancia.

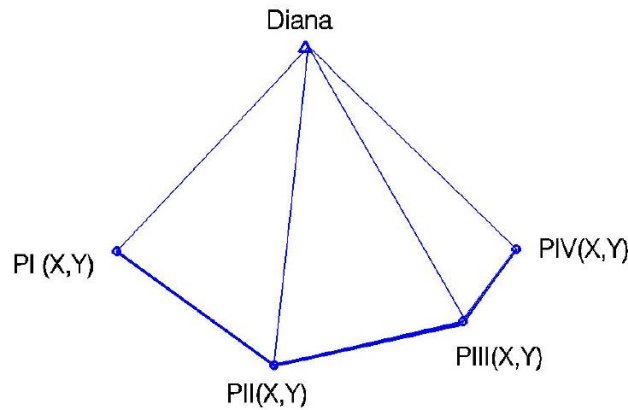


Ilustración 2-16 – Croquis de la triangulación resultando con las visuales de los pilares a la diana.

$$(X_{PILAR} - X_D)^2 + (Y_{PILAR} - Y_D)^2 = (D_{PILAR}^D)^2$$

2.2.2.5 Método Numérico.

Este método se basa en la resolución de las intersecciones directas que se generan, como fruto de las observaciones que se realizan desde los pilares de auscultación hacia las dianas de puntería. Si el sistema cuenta con cuatro pilares desde los que medir, y existe posibilidad de realizar todas las visuales, existirán seis intersecciones directas por cada diana de puntería. El ejemplo de las intersecciones que surgen por cada diana de puntería se ve reflejado en el siguiente croquis.

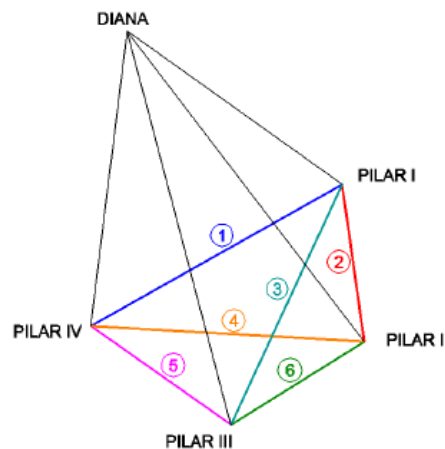


Ilustración 2-17 – Intersecciones directas que surgen por cada diana de puntería.

En este método son de vital importancia las coordenadas de los pilares y las coordenadas aproximadas de la diana de puntería a la cual se apunta. Una vez se realiza la media ponderada, se le asignan una serie de pesos a cada una de las intersecciones en función de su geometría, que no son más que la precisión de cada intersección.

Para obtener las intersecciones, son necesarias dos observaciones distanciométricas. Al realizar estas visuales, se comete un error en la medida (ϵ_D), y dado este error, surgirá una zona de incertidumbre donde se encontrará el punto deseado. En la siguiente imagen se puede ver cómo afecta el error distanciométrico a las mediciones.

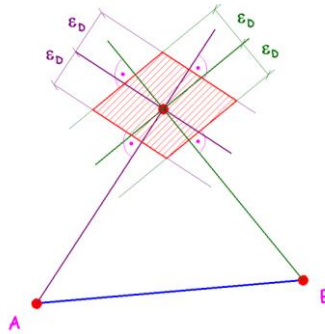


Ilustración 2-18 – Error de distancia en las intersecciones.

Si se consideran perpendiculares las desviaciones de las distancias y que la probabilidad de que las desviaciones sean máximas es una probabilidad reducida, se establece una elipse de error en el interior del polígono formado anteriormente. El semieje mayor de esta elipse es considerado la tolerancia de las intersecciones directas.

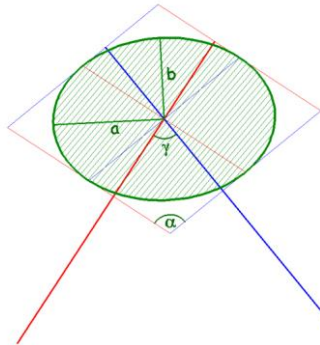


Ilustración 2-19 – Elipse de error.

Para calcular el semieje mayor de la elipse, hay que apoyarse en la teoría de los diámetros conjugados de una elipse establecido por Apolonio de Parga (262 a.C – 190 a.C.)

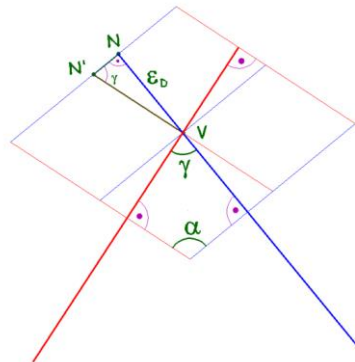


Ilustración 2-20 – Valor del diámetro conjugado de la elipse.

En primer lugar, se establece el diámetro conjugado como el sector VN'. Del mismo, el lado VN corresponde al error en la medición de distancias, por lo que el sector VN' se puede obtener por reglas trigonométricas de la siguiente manera:

$$VN = \varepsilon_D$$

$$\operatorname{sen} \gamma = \frac{VN}{VN'} \rightarrow VN' = \frac{VN}{\operatorname{sen} \gamma}$$

$$VN' = \frac{\varepsilon_D}{\operatorname{sen} \gamma}$$

Para obtener el semieje mayor de la elipse, se utiliza la teoría de los diámetros conjugados de Apolonio.

$$a^2 + b^2 = 2 * VN'^2$$

$$2 * a * b = 2 * VN'^2 * \operatorname{sen} \gamma$$

Si se suman estas dos ecuaciones se obtiene:

$$a^2 + b^2 + 2 * a * b = 2 * VN'^2 * (1 + \operatorname{sen} \gamma)$$

$$(a + b)^2 = 2 * VN'^2 * (1 + \operatorname{sen} \gamma)$$

$$(a + b) = \sqrt{2} * VN' * \sqrt{1 + \operatorname{sen} \gamma}$$

Si se restas las expresiones originales:

$$a^2 + b^2 - 2 * a * b = 2 * VN'^2 * (1 - \operatorname{sen} \gamma)$$

$$(a - b)^2 = 2 * VN'^2 * (1 - \operatorname{sen} \gamma)$$

$$(a - b) = \sqrt{2} * VN' * \sqrt{1 - \operatorname{sen} \gamma}$$

Sumando las dos expresiones que se han calculado:

$$2 * a = \sqrt{2} * VN' * [\sqrt{1 + \operatorname{sen} \gamma} + \sqrt{1 - \operatorname{sen} \gamma}]$$

$$a = \frac{\sqrt{2} * VN'}{2} * [\sqrt{1 + \operatorname{sen} \gamma} + \sqrt{1 - \operatorname{sen} \gamma}]$$

Considerando la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\frac{1}{2} * [\sqrt{1 + \operatorname{sen} \gamma} + \sqrt{1 - \operatorname{sen} \gamma}] = \cos \frac{\gamma}{2}$$

Sustituyendo se reduce a la expresión:

$$a = \sqrt{2} * VN' * \cos \frac{\gamma}{2}$$

Volviendo a sustituir los valores de VN' calculado anteriormente y la siguiente igualdad trigonométrica, se obtiene:

$$VN' = \frac{\varepsilon_D}{\operatorname{sen} \gamma}$$

$$\operatorname{sen} \gamma = 2 * \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} * \cos \frac{\gamma}{2}$$

$$a = \frac{\sqrt{2} * \varepsilon_D * \cos \frac{\gamma}{2}}{2 * \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} * \cos \frac{\gamma}{2}}$$

Resultando la siguiente ecuación del semieje de la elipse de error:

$$a = \frac{\varepsilon_D}{\sqrt{2} * \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2}}$$

Donde:

- γ : ángulo intersección.
- ε_D : error distanciométrico.

2.2.2.6 Método Gráfico.

Para este procedimiento también es necesario conocer las coordenadas de los pilares de auscultación y las coordenadas de la diana de puntería. Dado este requerimiento, habitualmente se dota de unas coordenadas a los elementos participantes en la primera campaña, y son utilizadas posteriormente en las siguientes campañas.

Una vez conocidas las posiciones iniciales de los puntos, se consiguen los acimutes aproximados entre los pilares y la diana. Estos valores se pueden considerar invariables de una observación a otra, al ser variaciones que se pueden discriminar.

Esta determinación del movimiento se puede resumir en el incremento entre observaciones consecutivas:

$$\Delta D = D_{PILAR(n)}^{DIANA} = D_{PILAR(n+1)}^{DIANA}$$

Luego de conocer la trayectoria aproximada y la variación sufrida por la diana, se puede conseguir un croquis para conocer la posición teórica de la diana.

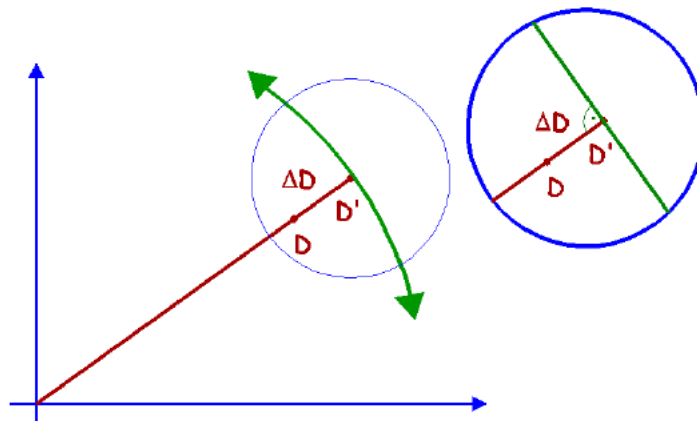


Ilustración 2-21 – Nueva dirección de la diana.

La posición inicial se coloca habitualmente en un plano de escala 5/1 o 10/1, y es a partir de esta posición donde se marcan todas las direcciones con su correspondiente desplazamiento entre campañas. Cada uno de los pilares tiene un desplazamiento, y esta serie de desplazamientos formarán un punto o un polígono, cuyo número de lados equivaldrá al número de visuales. En el punto o en el polígono, se encontrará la nueva posición de la diana. Esta nueva posición estará influenciada por la calidad del observable. Si se han producido pequeños errores a la hora de realizar la observación, la diana quedará encuadrada en un polígono, tomando como punto para obtener el desplazamiento el centro de dicho polígono. En el improbable caso de que no se hayan producido pequeñas desviaciones, los desplazamientos de los pilares convergerán en un único punto, que será la nueva localización de la diana.

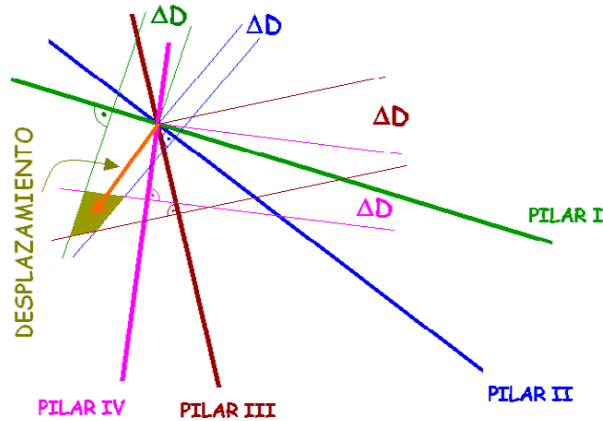


Ilustración 2-22 – Desplazamiento de la diana de puntería.

2.2.2.7 Método de Variación de Coordenadas en Intersecciones Directas.

El último de los métodos de resolución por distancias es el método de variación de coordenadas. En este tipo de metodología existen dos variantes: aplicada a intersecciones directa y aplicada a intersecciones inversas.

En el primero de estos métodos, con la estación topográfica ya colocada, se realizan observaciones a todos los prismas, con una serie de tres o cuatro mediciones para luego obtener un valor medio entre pilar y diana, para cada una de las campañas. Con dos distancias obtenidas a lo largo del tiempo, la operación que se realiza es la de realizar una diferencia entre las distancias obtenidas en las campañas.

$$\Delta D = D_{PILAR(n)}^{DIANA} = D_{PILAR(n+1)}^{DIANA}$$

Es necesario en primer lugar obtener la expresión general del método de variación de coordenadas. Esta se obtiene a partir de la expresión fundamental:

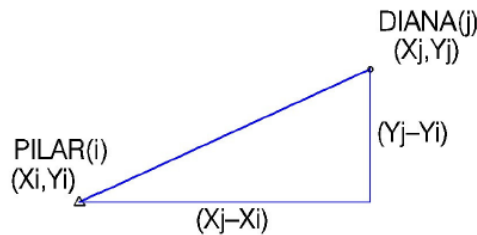


Ilustración 2-23 – Proyección de la distancia entre pilar y distancia.

$$D_i^j = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2}$$

Diferenciando se obtiene:

$$dD_i^j = \frac{1}{2} \left[(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} * [2 * (X_j - X_i) * dx + 2 * (Y_j - Y_i) * dy]$$

$$dD_i^j = \frac{(X_j - X_i) * dx + (Y_j - Y_i) * dy}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2}}$$

Simplificando la anterior:

$$dD_i^j = \frac{X_j - X_i}{D_i^j} dx + \frac{Y_j - Y_i}{D_i^j} dy$$

En función del número de ecuaciones de observación (m) y el número de incógnitas (n), se obtiene:

- m=2: $dD = \frac{\Delta X}{D} dx + \frac{\Delta Y}{D} dy$
- m>2: $dD = \frac{\Delta X}{D} dx + \frac{\Delta Y}{D} dy + R$

A partir de esta ecuación se puede deducir el movimiento de los pilares con las siguientes ecuaciones:

$$\Delta D_{PI} = \frac{1}{D_{PI}^D} [\Delta X * dx + \Delta Y * dy]$$

$$\Delta D_{PIII} = \frac{1}{D_{PIII}^D} [\Delta X * dx + \Delta Y * dy]$$

$$\Delta D_{PII} = \frac{1}{D_{PII}^D} [\Delta X * dx + \Delta Y * dy]$$

$$\Delta D_{PIV} = \frac{1}{D_{PIV}^D} [\Delta X * dx + \Delta Y * dy]$$

$$\begin{bmatrix} \Delta D_{PI} \\ \Delta D_{PII} \\ \Delta D_{PIII} \\ \Delta D_{PIV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_{PI}^D}{D_{PI}^D} & \frac{\Delta Y_{PI}^D}{D_{PI}^D} \\ \frac{\Delta X_{PII}^D}{D_{PII}^D} & \frac{\Delta Y_{PII}^D}{D_{PII}^D} \\ \frac{\Delta X_{PIII}^D}{D_{PIII}^D} & \frac{\Delta Y_{PIII}^D}{D_{PIII}^D} \\ \frac{\Delta X_{PIV}^D}{D_{PIV}^D} & \frac{\Delta Y_{PIV}^D}{D_{PIV}^D} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$

Resolviendo la anterior matriz:

$$[\Delta D] = [A] * [X]$$

$$\Delta D = A * X$$

$$A^t * \Delta D = A^t * A * X$$

$$\left. \begin{matrix} A^t * \Delta D = P \\ A^t * A = N \end{matrix} \right\} P = N * X \rightarrow X = N^{-1} * P$$

Como se había visto anteriormente, si el número de incógnitas era superior a 2, existiría una componente R que corresponde al Residuo. Puesto que habitualmente existen cuatro pilares, la componente R será:

$$Residuo = R = \Delta D - A * X$$

Con el Residuo se pueden obtener la varianza y la desviación típica:

$$Varianza = S^2 = \frac{R^t * R}{m - n} \ll \gg Desviación típica = \sqrt{S^2} = S$$

Habiendo definido previamente “m” como el número de ecuaciones y “n” el número de incógnitas, se puede calcular la varianza, con la que se obtendrá la covarianza:

$$C = S^2 * N^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 \end{pmatrix}$$

A través de la teoría de autovalores y autovectores:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} [\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \pm \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4 * \sigma_{XY}^2}]$$

Con esta última ecuación, se pueden obtener las máximas y mínimas desviaciones (σ). Estos valores se pueden ver en la elipse de error a la vez que el acimut.

$$tg2\theta = \frac{2 * \sigma_{XY}}{\sigma_Y^2 - \sigma_X^2}$$

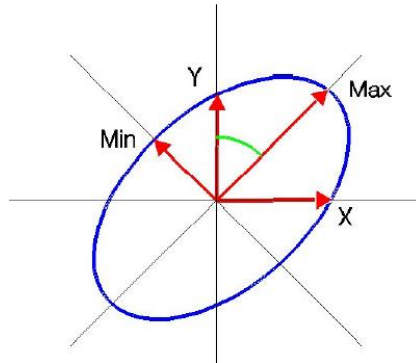


Ilustración 2-24 – Desviaciones máxima y mínima dentro de la elipse de error.

2.2.2.8 Método de Variación de Coordenadas en Intersecciones Inversas.

Las coordenadas del pilar también se pueden obtener a partir de las coordenadas de los puntos de seguridad, a través de las distancias entre estos puntos. En primer lugar, se obtienen unas coordenadas aproximadas para poder realizar el método de variación de coordenadas definitivo, que calcule las coordenadas del pilar.

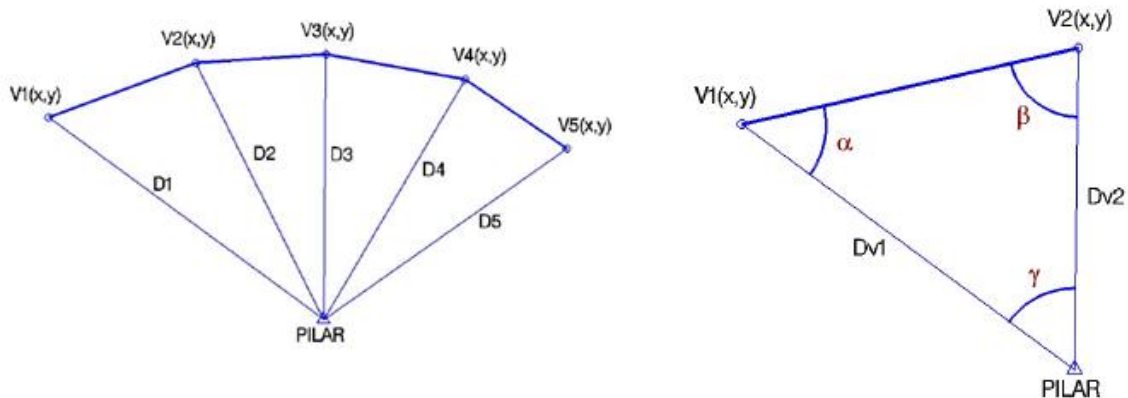


Ilustración 2-25 – Croquis y detalle de un triángulo cualquiera.

Partiendo de un triángulo cualquiera, conformado por dos puntos de seguridad y un pilar, lo primero a calcular son los diversos ángulos interiores y sus lados.

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{P(P - D_P^{V2})}{D_{V1}^{V2} * D_P^{V1}}}$$

$$\cos \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{P(P - D_P^{V1})}{D_{V1}^{V2} * D_P^{V2}}}$$

$$\cos \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{P(P - D_{V1}^{V2})}{D_{V1}^{V2} * D_P^{V2}}}$$

$$P = \frac{D_{V1}^{V2} + D_P^{V1} + D_P^{V2}}{2}$$

Como resultado de conocer los anteriores ángulos y distancias, se puede calcular el acimut y con ellos las coordenadas aproximadas.

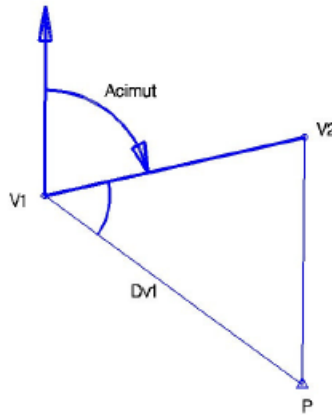


Ilustración 2-26 – Acimut de V1 a V2.

$$\theta_{V1}^{V2} = \arctg \frac{\Delta X}{\Delta Y}$$

$$\theta_{V1}^P = \theta_{V1}^{V2} + \alpha \rightarrow P \begin{cases} x' = X_{V1} + D_{V1}^P * \sen \theta_{V1}^P \\ y' = Y_{V1} + D_{V1}^P * \cos \theta_{V1}^P \end{cases}$$

Calculadas las coordenadas aproximadas, se puede aplicar el método general de variación de coordenadas.

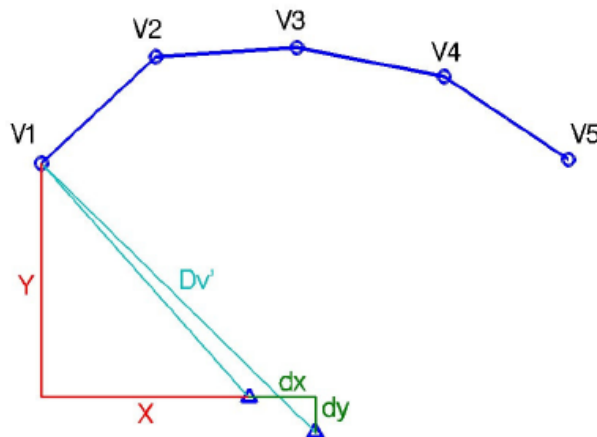


Ilustración 2-27 – Aplicación del método general de variación de coordenadas

Aplicando el método general de variación de coordenadas se obtiene:

$$\Delta D_1 = \frac{1}{D_p^{V1}} * [\Delta X * dx + \Delta Y * dy]$$

Si la anterior expresión se aplica a cada punto de seguridad:

$$\Delta D_1 = \frac{1}{D_p^{V1}} * [\Delta X * dx + \Delta Y * dy]$$

$$\Delta D_2 = \frac{1}{D_p^{V2}} * [\Delta X * dx + \Delta Y * dy]$$

$$\Delta D_n = \frac{1}{D_p^{Vn}} * [\Delta X * dx + \Delta Y * dy]$$

Donde:

- $\Delta D = D_{COORDENADAS APROXIMADAS} - D_{MEDIDA}$
- $\Delta X = X_V - X_{PILAR APROXIMADO}$
- $\Delta Y = Y_V - Y_{PILAR APROXIMADO}$

Al igual que en el método de intersecciones directas se puede resolver de la siguiente manera:

$$A^t * \Delta D = A^t * A * X$$

$$\left. \begin{array}{l} A^t * \Delta D = P \\ A^t * A = N \end{array} \right\} P = N * X \rightarrow X = N^{-1} * P$$

Y al igual que surgía en el otro caso, se calculan los residuos, la varianza, la desviación típica, la covarianza y las máximas y mínimas desviaciones.

$$Residuo = R = \Delta D - AX$$

$$Varianza = S^2 = \frac{R^t * R}{m - n} \ll \gg Desviación\ típica = \sqrt{S^2} = S$$

$$C = S^2 * N^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 \end{pmatrix}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} [\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \pm \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4 * \sigma_{XY}^2}]$$

$$tg2\theta = \frac{2 * \sigma_{XY}}{\sigma_Y^2 - \sigma_X^2}$$

2.2.3 Otros Tipos de Auscultación.

2.2.3.1 GPS.

Es la técnica que permite el posicionamiento de puntos en una porción de terreno, a través de la observación de señales. En la actualidad existen diversos sistemas globales de navegación por satélite (GNSS) : [33]

- GPS (Estados Unidos).
- GLONASS (Rusia).
- Galileo (Unión Europea).
- COMPSDD (China).

En cualquiera de los casos anteriores, el funcionamiento es el mismo, dividido en tres grandes sectores.

- Sector Espacial.

Constituido por una constelación de satélites que orbitan alrededor de la superficie, en diferentes planos orbitales, para garantizar un número mínimo de satélites desde cualquier punto del espacio terrestre.

- Sector Control.

En la superficie terrestre existen una serie de estaciones, para mantener el sistema operativo y recibir las señales de los satélites.

- Sector Usuario:

Compuesto por diversos dispositivos móviles y/o fijos que son los encargados de obtener la información de las estaciones.

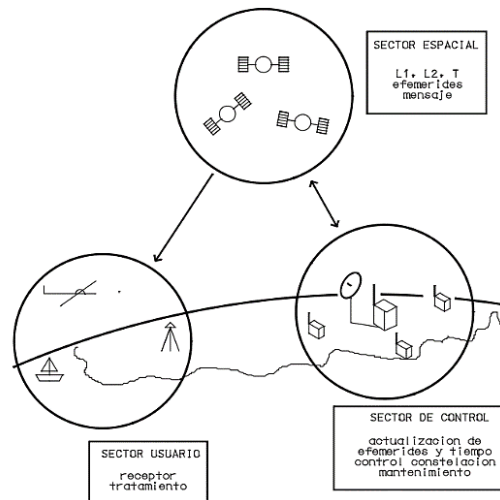


Ilustración 2-28 – Los diferentes sectores intervinientes en la técnica GPS.

La posición de un punto en la superficie es calculada a través de la intersección de cuatro esferas de radios conocidos. En primer lugar, el primer satélite genera una esfera cualquiera. El segundo satélite crea una nueva circunferencia, debido a la intersección de dos esferas. Añadiendo una tercera esfera, se generan dos puntos en la circunferencia anteriormente generada. Por último, con la última esfera se discrimina uno de los dos puntos generados, obteniendo la solución.

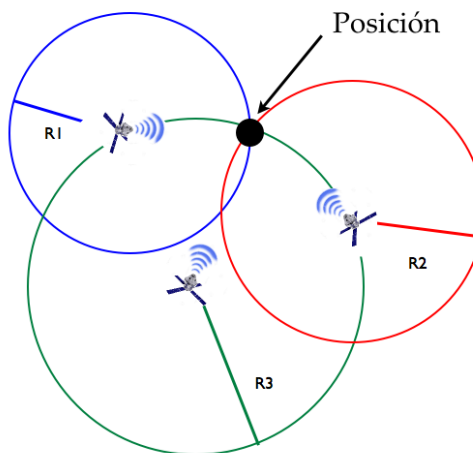


Ilustración 2-29 – Principio del fundamento de las cuatro esferas.

Una metodología como ésta no está exenta de errores, como pueden ser: el retardo sufrido en la ionosfera y troposfera, geometría de los satélites, multipath (rebote de la señal), diversos fallos en el receptor (verticalidad, ruido, etc.) o desviación del reloj de los satélites.

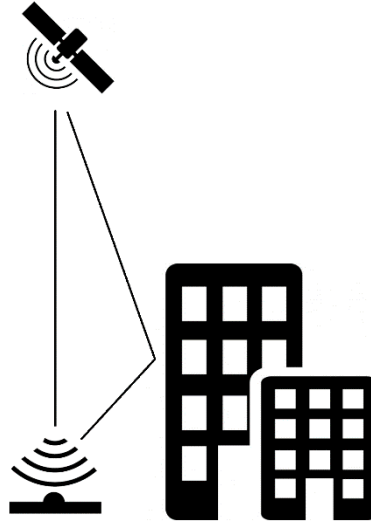


Ilustración 2-30 – Ejemplo de error de multipath.

Hay diferentes metodologías de observación que permite obtener las coordenadas de los puntos. Basándose en la diferencia de coordenadas de dos receptores se pueden distinguir el método dinámico cinemático (RTK), que es una metodología que proporciona datos en tiempo real. Otra técnica es la denominada pseudo estática, una técnica en desuso y lenta, que necesita de un tiempo adicional para poder resolver ambigüedades.

También está el posicionamiento absoluto, que necesita de un único receptor, aunque esta metodología tiene precisiones que van desde los 5 hasta los 15 metros, inadmisibles en trabajos de topografía.

2.2.3.2 Láser Escáner.

Este tipo de procedimientos se basan en la emisión de un barrido láser, que se ve reflejado en un blanco y, el posterior cálculo de la distancia, debido al retardo que se genera a la hora de recibir la señal. Se pueden llegar a diferenciar dos tipos de láser escáner: terrestre y los aerotransportados.

Su funcionamiento es similar al de los distanciómetros, pues lo que realmente indica la distancia es el tiempo que tarda en volver desde que es emitida. Se necesitan varios puntos desde los que focalizar el objeto a modelar.

Pese a ello, es una técnica que aun requiere de una mayor precisión, y que, por lo tanto, queda descartada para su labor en relación con las auscultaciones.

2.3 Auscultación Geodésica Altimétrica.

2.3.1 Introducción.

La nivelación se refiere a cualquiera de los métodos, por los cuales se consiguen obtener diferentes términos de elevaciones y por lo tanto determinar la diferencia de cotas entre dos puntos. En la actualidad, existen varios métodos por los cuales se realizan este tipo de procedimientos en función de su naturaleza, instrumentación, etc., como son la nivelación geométrica, trigonométrica o GPS. [14]

2.3.2 Nivelación Geométrica.

La nivelación geométrica es una metodología que se efectúa con un nivel, que define un plano horizontal, y realizando mediciones de las lecturas de frente y de espalda, que se pueden leer en la estadía, se puede conocer el desnivel entre dos puntos.

Es necesario conocer el punto de coordenadas de partida, para saber la cota de los puntos que se van calculando con la suma o resta del desnivel.

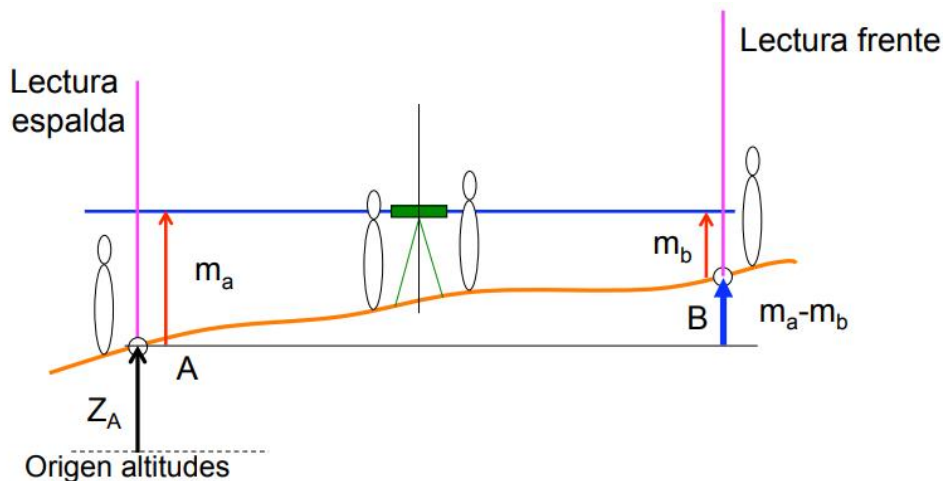


Ilustración 2-31 – Principio de funcionamiento del nivel geométrico.

En el esquema anterior se puede apreciar como determinar la cota del punto B, conociendo la cota del punto A.

$$Z_B = Z_A + (m_a - m_b) = Z_A + \Delta Z$$

Conocidas la cota de A y determinadas el incremento de cota, con las lecturas tomadas de A y B, se conocerá la cota del punto deseado.

Se pueden diferenciar cuatro categorías de niveles, que son:

- Nivel convencional.
- Nivel automático.
- Nivel láser.
- Nivel electrónico-digital.

La nivelación ha ido ganando peso con el paso de los años y por su comodidad a la hora de trabajar, y hoy en día, sigue siendo la metodología más efectiva y utilizada. El nivel convencional requería realizar la lectura de forma manual, mientras que, en el caso del nivel digital, el instrumento es capaz de leer un código de barras y asociarlo a una altura. En estos instrumentos, la desviación típica es muy precisa, llegando a la centésima de milímetro.

Esta metodología, al igual que el resto, no está exenta de los errores que puedan aparecer. Principalmente, los errores más habituales son los que genera el aparato de medición, y son el error de verticalidad y el error de puntería.

El error de verticalidad surge al haber realizado erróneamente la plomada del aparato, lo que supone llevar un error de arrastre durante todas las mediciones.

$$\varepsilon_V \leq \frac{1}{3} \text{ Sensibilidad}$$

El error de puntería se genera cuando el eje principal del instrumento no es completamente paralelo al eje de colimación, lo que se denomina error de colimación. De no ser así, se generará un ángulo con respecto al eje principal del aparato, dando lugar a mediciones incorrectas. En la siguiente imagen, se puede observar este fenómeno y como distorsiona las medidas.

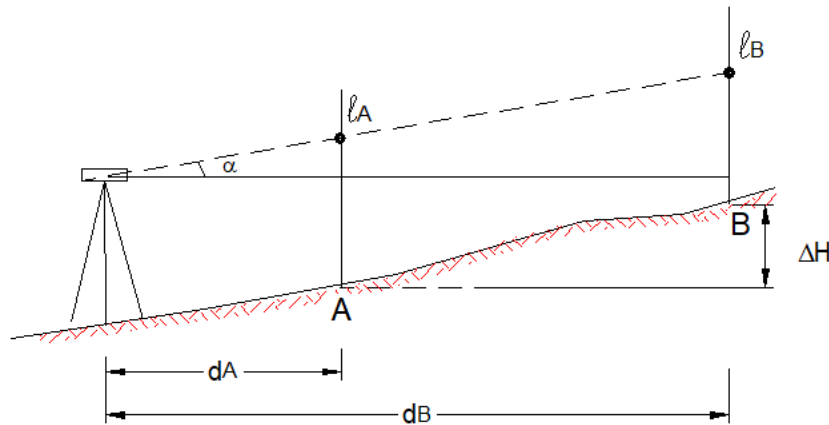


Ilustración 2-32 – Error de puntería.

$$\varepsilon_P \leq \frac{50}{\text{Aumentos}} \left[1 + \frac{4 * \text{Aumentos}}{100} \right] \text{ en sexagesimal}$$

El error total del aparato vendrá definido pues por la siguiente expresión:

$$e = \sqrt{\varepsilon_V^2 + \varepsilon_P^2} * L * \sqrt{\frac{D}{L}}$$

Donde:

- L: longitud de aparato.
- D: longitud total de la nivelación.

El error de verticalidad también afecta a la otra parte influyente en las mediciones, la estadía. Su error viene dado trigonométricamente por esta expresión:

$$e_m \leq m_B * \frac{\beta''}{206265} * \text{tg} \beta \text{ en sexagesimal}$$

Donde:

- m_B : lectura de la estadía.
- β : ángulo de inclinación.

El error total de la nivelación, para una nivelación de 2 o más tramos, será:



$$e_Z^I = \sqrt{\varepsilon_V^2 + \varepsilon_P^2} * L$$

$$e_Z^{II} = m_B * \frac{\beta''}{206265} * tg\beta$$

$$e_Z^T = \sqrt{(e_Z^I)^2 + (e_Z^{II})^2}$$

Para proceder con este método, es necesario en primer lugar diseñar una red que implique los puntos que se vayan a nivelar. En el caso de la presa de la Cohilla, se realizan tres anillos de nivelación de ida y vuelta, para establecer medias aritméticas y conseguir una cota definitiva de los puntos. [15] [21] [34]

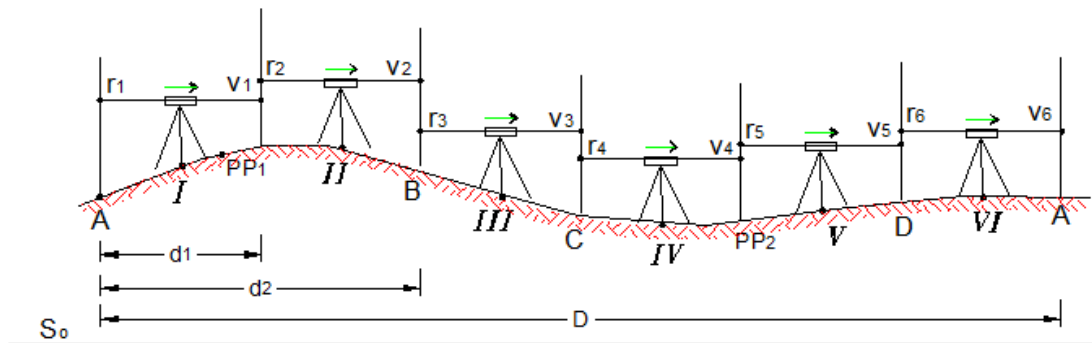


Ilustración 2-33 – Procedimiento de la nivelación geométrica.

2.4 Consideraciones Finales.

Estas técnicas han sido utilizadas a lo largo de los años en números presas y demás obras civiles que requieren de un registro de sus movimientos, para proporcionar una mayor seguridad.

En el caso de la presa Cohilla, se viene utilizando un sensor de tipo péndulo desde la puesta en marcha del embalse, arrojando un registro continuo de datos desde enero de 1959 hasta la actualidad. Este péndulo directo se ha visto complementado por un péndulo directo en los últimos años, del que se toman datos desde marzo de 2013.

La auscultación clásica a su vez ha sido la otra técnica de mayor utilización en esta obra. Aproximadamente semestralmente, se vienen realizando campañas con auscultación geodésica angular para registrar el movimiento de los pilares de auscultación, y, hasta la fecha, se han realizado 95 campañas, siendo la última en noviembre de 2018.

Durante un pequeño espacio de tiempo, de 2006 a 2009, se realizó la auscultación distanciométrica de la obra, de la cual se dejaron de tomar datos.

Por último, altimétricamente se realiza una nivelación geométrica desde el año 2006, para medir las posibles desviaciones que se puedan llevar a cabo a nivel altimétrico.



3. METODOLOGÍA

Trabajo de Fin de Grado:

“Modelización Deformacional de una Presa: aplicación a la presa de la Cohilla”





3. METODOLOGÍA.

3.1 Modelización.

3.1.1 Definición y Conceptos.

Un modelo matemático es aquella construcción científica, que permite representar, analizar y estudiar mediante expresiones matemáticas, una porción de un proceso de la vida real.

Los modelos matemáticos son utilizados en diversas áreas, dada su amplio campo de aplicación. Son aplicados en ciencias, economía, computación, ingeniería o estudios sociodemográficos, entre otros muchos.

Para llevar a cabo la construcción de un modelo matemático, se pueden diferenciar diferentes fases de creación, y son: [20]

- Identificación: se trata de comprender y definir el problema. Se recaba la información necesaria para poder trabajar en la resolución y se adecua a las condiciones de trabajo.
- Diseño: en esta fase, se desarrolla el tipo de herramienta matemática que se va a utilizar, las variables que formarán parte de este y cómo afectarán al desarrollo del modelo y las diferentes estrategias para resolver el problema.
- Ejecución y validación: esta última fase es aquella donde ya se ha llevado a cabo la realización del modelo matemático y se validan los resultados que ha arrojado.

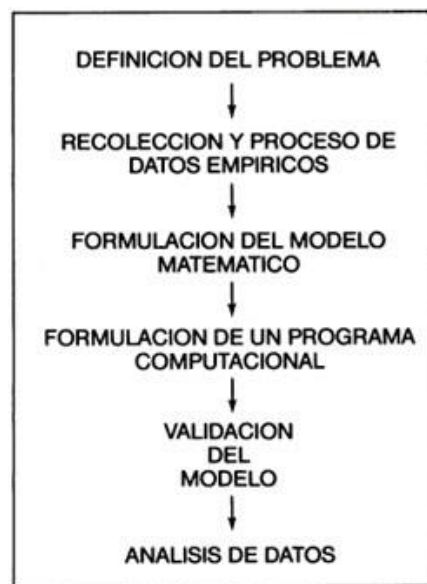


Ilustración 3-1 – Fases del proceso de modelización.

En relación con la imagen anterior, si se traslada al presente caso, se pueden diferenciar esas etapas de la siguiente manera. En primer lugar, el problema que se quiere definir es el de calcular un modelo empírico del desplazamiento, en función de la temperatura y la presión hidrostática.

Llegados a este punto, se recogen todos los datos, en este caso se cuentan con datos de diferentes fuentes y de diferente naturaleza como bien se ha ido mencionando, que son, los datos del péndulo, de las auscultaciones y de la nivelación.

Por último, se realiza finalmente la modelización a través de una regresión lineal simple y/o múltiple en este caso, que después habrá que validar con los diferentes indicadores de calidad según cada cual. A su vez, es preciso realizar un mínimo de estimaciones con datos conocidos, para poder dar veracidad absoluta al modelo.

Las variables estadísticas, son aquellas características que pueden medirse y analizarse, de una base de datos. Estas variables pueden ser numéricas o nominal. En función del tipo de variable con el que se vaya a trabajar, se podrán distinguir dos grandes grupos: variables cualitativas y cuantitativas.

Las variables cualitativas tienen una escala de valores nominal. No se pueden aplicar métodos cuantitativos a este tipo de variables. Este tipo de variables suelen adoptar la forma dicotómica y realizar estudios de este tipo, como pueden ser estudios de sí o no.

Por su parte, las variables cuantitativas, aquellas cuya característica es un número matemático, se clasifican en dos subgrupos: variable discreta o continua.

La variable discreta es aquella que no presenta un registro continuo de valores, es decir, que no todos los valores son posibles. Por ejemplo, en un estudio de número de hijos, solo se pueden tener números enteros. Habitualmente suele tomar valores enteros.

La variable continua, sin embargo, puede tomar cualquier valor dentro un intervalo definido. Este valor puede ser el peso de una persona, que puede tomar cualquier valor dentro de unos límites.

A su vez, es importante definir valores que toman un papel importante en la estadística y son:

- Media (promedio): se conoce a este concepto como el sumatorio de todas las observables, dividido entre dicho número.

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

- Mediana: define el valor central de una serie de datos. Para un número par de observaciones, la mediana sería la media de los dos valores centrales (ordenados de menos a mayor).
- Moda: es el valor que más veces se repite en una serie de datos observados.
- Varianza: es una medida de dispersión, que mide la diferencia existente entre los valores y la media aritmética. Se representa por la σ^2 .

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

- Desviación típica: se calcula realizando la raíz cuadrada de la varianza, y al igual que la varianza, mide la diferencia con respecto a la media, pero en los valores de la medición inicial.

3.1.2 Tipos de Modelos Matemáticos.

Las diferentes categorías de modelos matemáticos se pueden clasificar de la siguiente manera resumidos en el siguiente cuadro: [23]

CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS	
Según su fundamentación	Empíricos
	Teóricos
	Semi-Empíricos
Según las variables	Continuos
	Discretos
Según las ecuaciones	Lineales
	No Lineales
Según la dependencia temporal	Estáticos
	Dinámicos
Según su naturaleza	Deterministas
	Estocásticos
Según su resolución	Analítica
	Numérica

Tabla 3-1 – Diferentes categorías de los modelos matemáticos. / Fuente: Computer simulation and modeling.

3.2 Distribución de Probabilidad.

La distribución de probabilidad describe el comportamiento de una variable aleatoria, dentro un intervalo de valores. Esta distribución irá acompañada de una función de probabilidad, que describirá la probabilidad de la variable aleatoria X , tome un valor concreto.

$$F_X(X) = P(X \leq x)$$

Como se ha mencionado anteriormente, la variable aleatoria puede ser discreta o continua, y en función de esta la distribución adoptará diferentes formas. En el presente trabajo, se hará hincapié en aquellas distribuciones cuya variable sea continua, ya que es el tipo de variable con la que hemos trabajado y la cual deberemos analizar su tipo de distribución. La distribución de probabilidad para una variable continua adoptará la siguiente forma:

$$F_X(X) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Dentro de la infinidad de tipos de distribución de variable continua que existen, los más destacados son: [23]

3.2.1 Normal.

También recibe el nombre de distribución de Gauss o gaussiana. Es la distribución más habitual de variable continua, por su representación aproximada de medición de muchos fenómenos que aparecen en la naturaleza. Esto sucede debido a que la naturaleza tiende a promediar, y pocas veces existen valores dispersos. Sin embargo, otras variables como la duración de los aparatos tecnológicos tomarán distribuciones de frecuencia diferentes a la normal, debido al comportamiento de esta variable.

La distribución normal presenta una función de densidad en una forma característica de campana. La curva es simétrica y se centra en el valor promedio, midiendo su dispersión a través de la covarianza. Estos valores, son los que definen la función normal de densidad definida por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$-\infty < x < \infty$$

Donde:

- μ : media.
- σ : desviación típica.
- σ^2 : varianza.

En el caso de la distribución normal, la moda y la mediana son iguales que la media, siendo simétrica respecto a este valor. Al ser una curva de estas características, los puntos de inflexión los presentará en:

$$x = \mu - \sigma$$

$$x = \mu + \sigma$$

La función densidad de la distribución gaussiana tiene la siguiente forma, donde se pueden apreciar los puntos de inflexión.

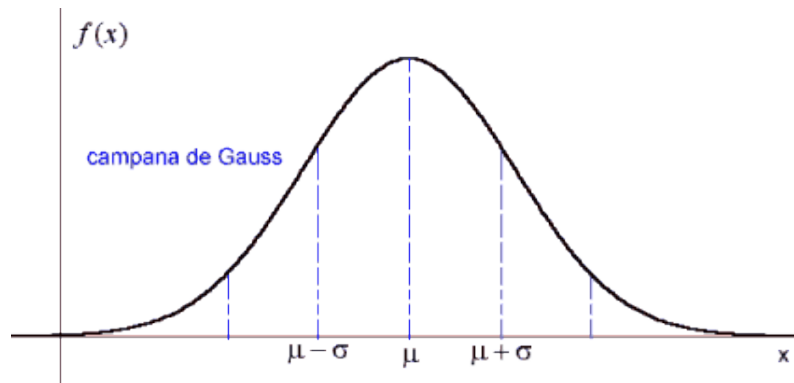


Ilustración 3-2 – Distribución normal.

3.2.2 Exponencial.

Para algunas frecuencias relativas, es necesario ajustarlas a través de una curva exponencial. Este es el caso de muchas variables que aparecen en ciencias e ingeniería, pudiendo modelarlas con una exponencial.

Su función de densidad adoptará la siguiente forma:

$$f(x) = P(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & \text{para } x \geq 0 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Donde:

- θ : constante de la curva.

La función densidad tendrá la siguiente forma:

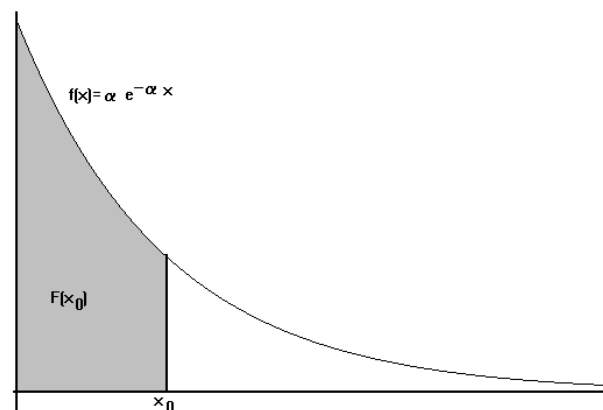


Ilustración 3-3 – Distribución exponencial.

3.2.3 Uniforme.

En esta distribución, la probabilidad reside en el hecho de que la variable se distribuya uniformemente a lo largo de unos parámetros. En este caso, la variable aleatoria solo puede tomar valores entre el mínimo y máximo que están definidos por a y b.

La función densidad deberá tener el mismo valor para todos aquellos puntos que se encuentren del intervalo, y de 0 cuando estén fuera del mismo, siendo expresado de la siguiente forma:



$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{para } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{para el resto} \end{cases}$$

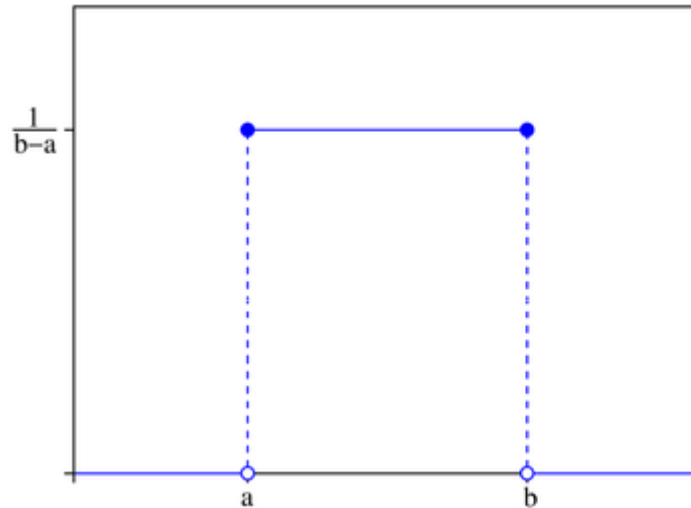


Ilustración 3-4 – Distribución uniforme.

Por su parte, la función de probabilidad obtenida integrando la función de densidad vendrá definida por:

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{para } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{para } x \geq b \end{cases}$$

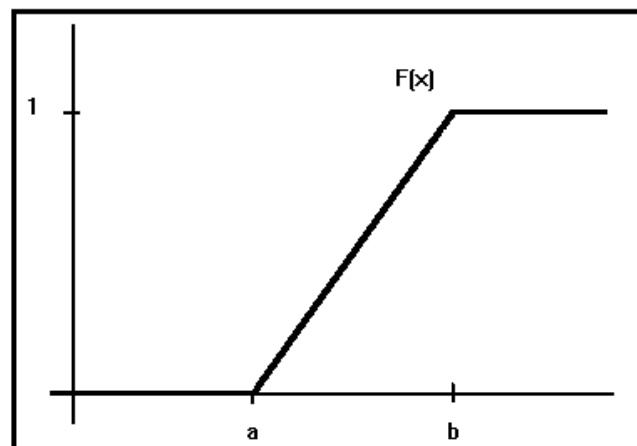


Ilustración 3-5 – Función probabilidad distribución uniforme.

3.3 Métodos Clásicos.

3.3.1 Introducción.

Las técnicas más utilizadas para representar la relación existente entre dos o más variables son la correlación y la regresión lineal.

La correlación lineal mide el índice de relación que existe entre dos variables, mientras que la regresión lineal genera un modelo que se basa en la relación entre las variables, para poder realizar ejercicios de predicción y estimación. En el caso de la regresión lineal, puede ser simple o múltiple, si relaciona más de dos variables aleatorias.

En el caso que nos concierne, trabajaremos tanto con la regresión lineal simple y múltiple, ya que se utilizarán modelos de regresión con una o más variables en función de las necesidades.

3.3.2 Correlación Lineal.

La correlación tiene como objetivo medir la dependencia entre dos variables cuantitativas. La correlación entre dos variables se puede apreciar a través de diagramas de dispersión, aunque no será hasta que se realicen los cálculos cuando se tenga certeza de la dependencia de las variables. Esta correlación se llevará a cabo a través del estudio de tres elementos que definirán la correlación y son: [4] [26]

- **Signo:** este valor representa el grado de relación entre las dos variables. Vendrá definido por el coeficiente de correlación, que tendrá unos valores que van desde -1 hasta 1. Tal y como se ve en la imagen, una correlación positiva indica una relación directa entre variables, mientras que una relación negativa indica una correlación indirecta.

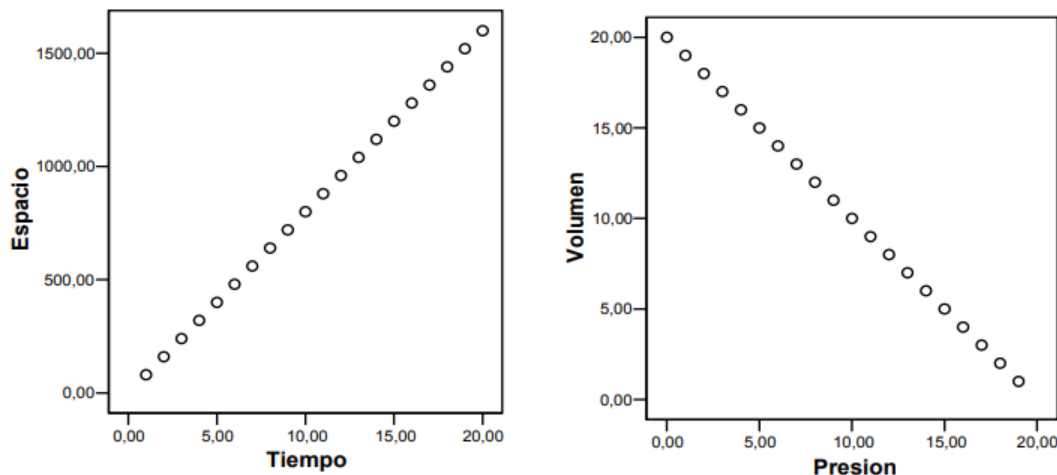


Ilustración 3-6 – Ejemplos de correlación positiva y negativa.

- **Magnitud:** este dato también estará definido por el coeficiente de correlación correspondiente, siendo el valor absoluto de dicho dato. Cuando más cercano se encuentre de los límites -1 o +1, más correlacionadas estarán las variables.
- **Significado:** este último valor indica si el grado de correlación es realmente bueno o si por el contrario no se puede dar por buena la correlación. Esta significancia vendrá dada por la probabilidad de que el coeficiente de correlación sea 0.

Otro de los términos que surgen al realizar correlaciones, es el término de coeficiente de determinación. Este valor está comprendido entre 0 y 1, y permite obtener certeza sobre si un ajuste es adecuado o no. Cuando más cercano sea el valor de 1, mayor será la asociación entre variables. Su nomenclatura es R^2 y para una regresión lineal sigue la siguiente ecuación:

$$R^2 = \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_X^2 \sigma_Y^2}$$

Donde:

- σ_{XY} : covarianza.
- σ_X : varianza de la variable X.
- σ_Y : varianza de la variable Y.

Existen varios modelos de correlación que se utilizan y se ajustan en función de la distribución de los datos. Habitualmente, los dos más utilizados son: la correlación de Pearson cuando la distribución es normal y la correlación de Spearman cuando los datos no siguen una distribución normal.

3.3.2.1 Correlación de Pearson.

El coeficiente de correlación de Pearson es un método estadístico paramétrico que sirve para medir la correlación de dos variables. El método de Pearson es válido para aquellas relaciones de variables que sean continuas y cuantitativas. Este coeficiente se suele determinar para distribuciones normales, debido a que utiliza criterios de normalidad como pueden ser la media y la varianza. [27]

El coeficiente de correlación sigue la siguiente expresión:

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2}}$$

3.3.2.2 Correlación de Spearman.

El coeficiente de correlación de rangos de Spearman es una de las técnicas más utilizadas para el contraste de variables aleatorias.

La correlación de Spearman utiliza la diferencia de los rangos de las variables, para después aplicar la fórmula: [12] [13]

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

Donde:

- d_i : es la diferencia de rangos.
- n : número de lecturas.

Se suele representar con la letra ρ y denominar *rho de Spearman*.

3.3.3 Regresión Lineal Simple.

La regresión lineal simple se encarga de formalizar la relación existente entre dos variables aleatorias.

En este caso, una de las variables se considerará fija, mientras que la otra no se podrá controlar. Igualmente, la correlación presupone que ninguna es fija, sino que ambas están fuera del control.

La regresión lineal trata de razonar el comportamiento de una variable Y (endógena), a partir de la variable X (exógena). [18] [26]

$$y_i = \alpha + \beta x_i + e_i$$

$$\beta = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - \beta \sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

3.3.4 Regresión Lineal Múltiple.

El modelo de regresión lineal múltiple permite obtener relaciones cuando se tienen k+1 variables aleatorias. Al igual que en la regresión lineal simple, trata de estudiar cómo se comporta la variable Y, en función de las variables independientes X_k .

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_K x_{iK}$$

En este caso, la resolución de las variables se puede resolver de forma matricial, de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{np} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Ilustración 3-7 – Resolución de la regresión lineal múltiple.

Como sucede en el método de regresión lineal simple, los parámetros β_K se pueden calcular aplicando el método de mínimos cuadrados: [18] [26]

$$\beta = (X^t X)^{-1} X^t Y$$

3.3.5 Contraste de Hipótesis.

3.3.5.1 Análisis de la Varianza.

El análisis de la varianza (ANOVA) sirve para medir la linealidad existente de las variables. El análisis de la varianza cuenta con varios valores, los cuales se recogen en una tabla como la siguiente, para el caso de una regresión simple: [17]

Análisis de la Varianza				
F de Variación	Suma de cuadrados	g.l.	Media de cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal Simple	$SSEX = \beta^2 * (\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n})$	1	$SSEX$	$\frac{SSEX}{\frac{SSNEX}{n-2}}$
Residual	$SSNEX = SST - SSEX$	n-2	$\frac{SSNEX}{n-2}$	
Total	$SST = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}$	n-1		

Tabla 3-2 – Análisis de la Varianza en una regresión lineal simple.

Cuando se obtienen todas las variables de la tabla, se puede realizar a comprobar si la hipótesis nula es aceptada o no:

- Hipótesis nula: H_0 , X e Y no están relacionadas linealmente.
- Hipótesis alternativa: H_1 , X e Y están relacionadas linealmente.

Estas se aceptan o rechazan según lo siguiente:

- H_0 es aceptada si $F < F_{1,n-2;\alpha}$.
- H_0 es rechazada si $F \geq F_{1,n-2;\alpha}$.

Si la hipótesis H_0 es cierta, el valor estadístico de F sigue una distribución de F de Snedecor con los valores de (1,n-2).

Para una regresión lineal múltiple la esencia es la misma, pero con diferentes matices. El análisis de la varianza adoptará la siguiente forma:

Análisis de la Varianza				
F de Variación	Suma de cuadrados	g.l.	Media de cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal Múltiple	$SSEX = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$	k	$\frac{SSEX}{k}$	$\frac{\frac{SSEX}{k}}{\frac{SSNEX}{n-k-1}}$
Residual	$SSNEX = SST - SSEX$	n-k-1	$\frac{SSNEX}{n-k-1}$	
Total	$SST = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n y_i)^2$	n-1		

Tabla 3-3 – Análisis de la Varianza en una regresión lineal múltiple.

Cuando se obtienen todas las variables de la tabla, se puede realizar a comprobar si la hipótesis nula es aceptada o no:

- Hipótesis nula: H_0 , ninguna de las variables X tienen valor a la hora de explicar la variable Y.

- Hipótesis alternativa: H_1 , las variables X tienen valor a la hora de explicar la variable Y .

Estas se aceptan o rechazan según lo siguiente:

- H_0 es aceptada si $F < F_{1,n-k-1;\alpha}$.
- H_0 es rechazada si $F \geq F_{1,n-k-1;\alpha}$.

Si la hipótesis H_0 es cierta, el valor estadístico de F sigue una distribución de F de Snedecor con los valores de $(1, n-k-1)$.

3.3.5.2 Test de Anderson-Darling.

El test de Anderson-Darling es el test más utilizado para conocer la distribución de una muestra cuando las observaciones son de gran tamaño.

$$A_n^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[F_n(x) - F(x)]^2}{F(x)[1 - F(x)]} f(x) dx$$

$$A_n^2 = - \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1)}{n} [\ln F(Y_i) + \ln(1 - F(Y_{n+1-i}))] - n$$

Donde:

- n : es el número de datos.
- $F(x)$: función de la distribución teórica.
- $F_n(x)$: función de la distribución empírica.

El test de Anderson-Darling tendrá las siguientes hipótesis:

- Hipótesis nula: H_0 , los datos siguen una distribución específica.
- Hipótesis alternativa: H_1 , los datos no siguen una distribución específica.

Si el valor- P que se obtiene de la prueba de Anderson-Darling es inferior al estadístico de contraste, en este caso 0,05 de significancia, los datos no siguen una distribución específica. [23]

3.4 Consideraciones Finales.

Los coeficientes de correlación se aplicarán en función de la normalidad o no normalidad de la muestra, para poder calcular con mayor precisión la correlación de las variables intervinientes.

Los indicadores de calidad, como el coeficiente de determinación (R^2) anteriormente mencionados, sirven para reflejar la bondad del ajuste de un modelo, en este caso, la recta de regresión lineal. Estos valores son de vital importancia y son los que nos harán justificar el modelo escogido.

Por último, el modelo generado deberá generar unas respuestas ante los datos iniciales de partida dotados. Esto quiere decir que se deberán realizar unas estimaciones con datos ya conocidos, para poder calcular las respuestas que el modelo arroja y poder realizar la comprobación de la exactitud del modelo.

Como en nuestro presente trabajo, el desplazamiento va a ser llevado a cabo por dos métodos diferentes, ambos serán puestos en la misma balanza, que determinará cuál de ellos es mejor, con sus aproximaciones.



4. RESULTADOS

Trabajo de Fin de Grado:

“Modelización Deformacional de una Presa: aplicación a la presa de la Cohilla”





4. RESULTADOS

4.1 Introducción.

4.1.1 Obtención de Datos.

En el presente trabajo se trata de lograr una ecuación final que estime los movimientos en función de unos parámetros externos. Para llegar a esta modelización final es necesario tener la mayor precisión posible, por ello, necesitamos la mayor cantidad de información para contrastar y llegar a soluciones más precisas. El movimiento de la presa de la Cohilla se ha ido evaluando a lo largo de los años de diferentes formas, que se pueden resumir en tres grandes grupos de información: datos proporcionados la auscultación planimétrica, por la auscultación altimétrica y por el péndulo

Para el primer grupo de datos, se han utilizado los datos elaborados por el Grupo de I+D+i de “Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogramétrica” de la Universidad de Cantabria, en concreto por los siguientes autores: Benjamín Piña Patón, Julio Manuel de Luis Ruiz y Raúl Pereda García.

En primer lugar, se han tomado los datos acumulados desde la campaña 51, con fecha de septiembre de 1993, hasta la más reciente, la campaña 95 con fecha de noviembre de 2018. Estos datos han podido ser extraídos de las diferentes campañas que han ido realizando los autores anteriormente mencionados, y que se encuentran almacenadas en la Escuela Politécnica de Ingeniería de Minas y Energía de la Universidad de Cantabria. El proceso que se llevó a cabo fue ir recolectando los datos necesarios para el presente trabajo, como los datos de temperaturas, cota de elevación del agua, y los movimientos que ha ido sufriendo la diana a lo largo de las campañas.

Las sucesivas campañas se han ido realizando a lo largo de los años a través de la metodología de auscultación geométrica angular, y han arrojado los diferentes movimientos de las dianas de puntería. No obstante, como se mencionó anteriormente, la diana del presente estudio y por tanto de la que se han tomado datos ha sido de la diana 7-C.

Una vez se han recogido todos los datos que concierne al movimiento de la diana planimétricamente, se han extraído los datos relacionados con el movimiento altimétrico. Los datos planimétricos se han ido realizando desde la campaña 73, con fecha de diciembre de 2006, y, por lo tanto, se tienen los datos desde entonces. Altimétricamente, se han recolectado los datos de las tres series, y por ende el de la cota definitiva del punto 203, que al igual que sucedía con la diana 7-C, es el punto que nos atañe.

Finalmente, los datos del péndulo directo fueron proporcionados por el director del Trabajo de Fin de Grado, Julio Manuel de Luis Ruiz, en una hoja de cálculo. Estos datos han sido recogidos de forma inestable desde el año 1959, aunque no fue hasta el año 1975 que se empieza a tener un registro continuo de estos datos.

Esta lista de datos elaborada por la empresa “Saltos del Nansa”, también arroja un registro continuo de temperaturas y cota de elevación del agua, por lo que, por cada campaña, se tendrán dos valores de temperaturas y cota, el que se midió para las mediciones del péndulo y los datos que se tomaron en cada campaña.

4.1.2 Tratamiento de los Datos.

Definidos una vez todos los datos históricos de partida, se comienzan a refinar dichos datos para trabajar con comodidad.

Los datos se fueron introduciendo en una hoja de cálculo de Microsoft Excel, estableciendo diferentes pestañas, donde se han ido filtrando los datos en función de su naturaleza: auscultación planimétrica, auscultación altimétrica y péndulo.

A pesar de que se han recogido los datos del péndulo invertido y de alguna de las auscultaciones realizadas por distancias, se ha desestimado trabajar con ellas, por el escaso de número de lecturas que se tienen en ambos casos.

4.2 Datos.

4.2.1 Péndulo.

Aunque el número de lecturas recogido es de 4344, en la siguiente tabla se resume una pequeña fracción de los datos con los que se ha trabajado. Los datos que se han recogido han sido proporcionados por Julio Manuel de Luis Ruiz, y abarcan desde el 1959, hasta 2016.

Datos del Péndulo (1959-2016)									
Lectura	Fecha	T ^a int.	T ^a repié	T ^a coronación	T ^a media	X (mm)	Y (mm)	D (mm)	Cota (m)
...
4324	16/09/2016	6	9	11	13,6	4,93	8,54	5,45	33,65
4325	20/09/2016	6	8	10	13,1	4,99	8,61	5,54	34,43
4326	23/09/2016	6	6	8	12,2	4,89	8,46	5,37	33,32
4327	27/09/2016	6	8	10	11,7	4,71	8,28	5,11	32,10
4328	30/09/2016	6	8	10	11,6	4,56	8,20	4,95	31,28
4329	05/10/2016	6	8	10	11,2	4,39	7,90	4,61	29,85
4330	07/10/2016	6	4	7	10,6	4,30	7,86	4,52	29,24
4331	11/10/2016	6	3	5	9,7	4,03	7,67	4,20	27,95
4332	14/10/2016	6	2	4	8,3	3,89	7,45	3,95	26,91
4333	18/10/2016	6	8	10	8,2	3,68	7,24	3,65	25,77
4334	21/10/2016	6	0	2	7,3	3,27	6,79	3,04	24,77
4335	26/10/2016	6	8	10	7,6	2,61	6,18	2,15	22,35
4336	28/10/2016	6	5	8	7,3	2,57	6,13	2,08	22,16
4337	04/11/2016	6	8	11	7,4	2,35	5,93	1,79	21,24
4338	08/11/2016	6	1	0	6,3	2,72	6,36	2,36	22,75
4339	11/11/2016	6	1	0	5,6	3,08	6,67	2,83	24,57
4340	15/11/2016	6	3	5	5,6	3,92	7,49	4,00	28,23
4341	18/11/2016	6	3	5	5,7	4,05	7,69	4,23	28,78
4342	25/11/2016	6	3	1	4,7	4,54	8,19	4,93	31,08
4343	29/11/2016	6	3	4	4,9	4,71	8,27	5,10	31,98
4344	03/12/2016	6	3	5	4,3	4,73	8,34	5,17	32,39

Tabla 4-1 – Datos del Péndulo.

4.2.2 Auscultación Clásica.

Datos Auscultación Angular (Campañas 51-95)						
Campaña	Fecha	Tª Coronación	Cota media (M)	dx (mm)	dy (mm)	D (mm)
51	16-18 Septiembre 1993	12,0	32,95	-0,369	-8,79	8,798
52	12-13 Enero 1994	11,0	54,35	0,443	3,211	3,242
53	2 y 4 Noviembre 1994		38,70	-0,849	-4,566	4,644
54	11-12 Septiembre 1995	11,0	29,43	0,643	-4,489	4,535
55	18-19 y 26 Enero 1996	8,0	38,80	-0,586	4,712	4,748
56	15-16 Abril 1996	12,0	60,20	0,975	4,983	5,078
57	26-27 Septiembre 1996	10,0	25,40	-0,185	- 12,318	12,32
58	20-21 Octubre 1997	15,0	34,35	0,289	6,352	6,359
59	9-10 Diciembre 1997	11,0	56,50	-0,296	6,365	6,372
60	11-12 Mayo 1998	12,0	61,25	-0,066	4,872	4,873
61-B	22-24 Septiembre 1998	15,0	30,15	1,006	6,728	6,803
62	8-9 Febrero 1999	5,0	41,75	-1,747	6,683	6,908
63	18-19 Octubre 1999	9,0	26,60	-0,692	-8,044	8,074
64	26-27 Abril 2000	9,0	57,35	1,871	6,041	6,324
65	21-22 Febrero 2001	9,0	55,18	-0,822	-0,225	0,852
66	25 Febrero y 2 de Marzo 2002	4,3	47,00			
67	15-16 Noviembre 2002	7,0	27,60	-1,038	-4,699	4,813
68	23 y 25 Abril 2003	14,0	47,40	0,089	1,497	1,5
69	9-10 Enero 2004	12,0	52,30	0,096	2,22	2,222
70	3 Septiembre 2004	16,0	28,60			
71	11-12 Agosto 2005	19,0	20,50	0,045	-1,472	1,472
72	8-9 Mayo 2006	11,0	48,70	-0,199	5,67	5,674
73	4-5 Diciembre 2006	13,0	34,50	-0,247	1,083	1,111
74	11-12 Mayo 2007	16,0	57,50	-0,692	4,637	4,689
75	23-24 Mayo 2008	14,0	58,50	0,119	-8,749	8,75
76	27-28 Diciembre 2008	3,0	28,50	0,017	5,209	5,209
77	26-27 Febrero 2009	6,0	42,25	-0,343	-3,197	3,216
78	29-30 Octubre 2009	15,0	25,25	0,284	-3,77	3,781
79	6-7 Abril 2010	10,0	48,25	0,638	4,45	4,496
80	8-9 Febrero 2011	10,0	33,50	-0,46	-3,69	3,719
81	12-14 Diciembre 2011	10,0	33,50	0,028	-0,442	0,443
82	7-9 Mayo 2012	13,0	57,01	0,919	5,108	5,19
83	7-9 Noviembre 2012	7,3	44,17	-1,699	-2,98	3,43

84	28 Nov y 10-11 Dic 2012	1,4	36,69	-0,014	0,964	0,964
85	20-21 Mayo 2013	7,0	57,15	-0,4	3,163	3,189
86	3-4 Diciembre 2013	4,1	53,96	0,019	0,943	0,943
87	22-23 Mayo 2014	9,3	36,59	0,407	-3,441	3,465
88	1-2 Diciembre 2014	7,0	53,50	1,073	3,317	3,486
89	24-25 Abril 2015	11,0	58,56	-0,053	1,403	1,404
90	14-15 Diciembre 2015	12,0	33,27	0,157	-5,637	5,569
91	27-28 Abril 2016	7,8	58,45	0,215	5,406	5,411
92	2-4 y 28 Noviembre 2016	11,7	26,50	-1,448	-8,082	8,211
93	3-5 Mayo 2017	7,4	41,02	0,361	4,467	4,482
94	4-5 Abril 2018	10,8	59,25	0,415	4,246	4,266
95	26-28 Noviembre 2018	7,0	43,77	0,401	-3,413	3,437

Tabla 4-2 – Datos de la Auscultación Angular.

4.2.3 Nivelación.

Datos Nivelación Geométrica (Campañas 73-95)								
C	Fecha	Tª Coron.	Cota media (M)	Serie 1	Serie 2	Serie 3	Cota Definitiva	Despl. (mm)
73	4-5 Dic. 2006	13,0	34,5	999,42507	999,4253	999,42547	999,425280	-
74	11-12 May. 2007	16,0	57,5	999,42467	999,42494	999,42475	999,424790	-0,49
75	23-24 May. 2008	14,0	58,5	999,42447	999,42416	999,42529	999,424600	-0,19
76	27-28 Dic. 2008	3,0	28,5	999,4244	999,4244	999,424	999,424300	-0,3
77	26-27 Feb. 2009	6,0	42,3	999,42157	999,42175	999,42187	999,421700	-2,6
78	29-30 Oct. 2009	15,0	25,3	999,42789	999,42767	999,4278	999,427800	6,1
79	6-7 Abr. 2010	10,0	48,3	999,42344	999,42314	999,42335	999,423300	-4,5
80	8-9 Feb. 2011	10,0	33,5	999,42224	999,4222	999,42221	999,422200	-1,1
81	12-14 Dic. 2011	10,0	33,5	999,42414	999,42438	999,42405	999,424200	2
82	7-9 May. 2012	13,0	57,0	999,42492	999,42495	999,42487	999,424900	0,7
83	7-9 Nov. 2012	7,3	44,2	999,42464	999,42466	999,4247	999,424640	-0,26
84	28 Nov y 10-11 Dic 2012	1,4	36,7	999,42439	999,42452	999,42445	999,424500	-0,14
85	20-21 May. 2013	7,0	57,2	999,42444	999,42438	999,42425	999,424400	-0,1
86	3-4 Dic. 2013	4,1	54,0	999,42359	999,42355	999,42349	999,423500	-0,9
87	22-23 May. 2014	9,3	36,6	999,42564	999,42539	999,42552	999,425500	2
88	1-2 Dic. 2014	7,0	53,5	999,42494	999,42469	999,42466	999,424800	-0,7
89	24-25 Abr. 2015	11,0	58,6	999,42485	999,42528	999,42469	999,424900	0,1
90	14-15 Dic. 2015	12,0	33,3	999,42483	999,42499	999,42469	999,424800	-0,1
91	27-28 Abr. 2016	7,8	58,4	999,42371	999,42392	999,42403	999,423900	-0,9
92	2-4 y 28 Nov. 2016	11,7	21,25 y 31,75	999,42459	999,42444	999,4245	999,424500	0,6
93	3-5 May. 2017	7,4	41,0	999,42487	999,42521	999,42538	999,425200	0,7
94	4-5 Abr. 2018	10,8	59,3	999,42445	999,42486	999,42477	999,424700	-0,5
95	26-28 Nov. 2018	7,0	43,8	999,4248	999,42477	999,42473	999,424800	0,1

Tabla 4-3 – Datos de la Nivelación Geométrica.

Los datos de la auscultación y de la nivelación, han sido exportados de los libros que componen las diferentes campañas efectuadas en la presa de la Cohilla.

4.3 Modelización.

4.3.1 Consideraciones iniciales.

Inicialmente, es preciso tener en cuenta ciertas consideraciones, que son de especial relevancia antes de realizar los cálculos.

En primer lugar, para el caso del péndulo, se tienen números datos relativos a la temperatura, datos que se han ido tomando 2-3 veces por semana. No obstante, estos datos no son con los que se realiza la modelización, sino que se realiza una media de temperatura de los últimos 30 días para amortiguar el efecto de las grandes diferencias de temperaturas en intervalos pequeños.

Por otra parte, la distancia calculada se ha realizado en función de los desplazamientos X e Y obtenidos. En el caso del péndulo, es un aparato que va reflejando el movimiento de manera continua y cada desplazamiento parte de su posición anterior. Esto queda definido pues con la siguiente expresión:

$$D = \sqrt{(\Delta X_n^{n+1})^2 + (\Delta Y_n^{n+1})^2}$$

Sin embargo, en el caso de la auscultación, el desplazamiento viene indicado por su módulo y dirección. [12] [13]

4.3.2 Procedimiento.

El procedimiento utilizado para calcular las rectas de regresión ha seguido siempre una misma estructura, que se ha llevado siempre a cabo.

Primeramente, se ha representado el histograma de la variable a estudiar y se ha realizado un estudio de normalidad. El estudio de normalidad que se ha utilizado es el test de Anderson-Darling.

Una vez se ha comprobado la normalidad, se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson o Spearman, en función de la normalidad o no normalidad de la muestra. Este coeficiente es el que nos indica el grado y signo de relación entre las variables.

Por último, una vez conocida la correlación de las variables, se proyecta una recta de regresión lineal simple o múltiple, en función del número de variables. De estas rectas de regresión, es necesario realizar un análisis de la varianza para poder saber si son linealmente dependientes o no.

El programa con el que se han realizado todos los cálculos es el "Minitab 19".

4.4 Resultados Obtenidos.

4.4.1 Péndulo.

4.4.1.1 Regresión Lineal Simple: Temperatura.

La distribución de las temperaturas medias de los últimos 30 días capturada por el péndulo se ven distribuidos en la siguiente gráfica.

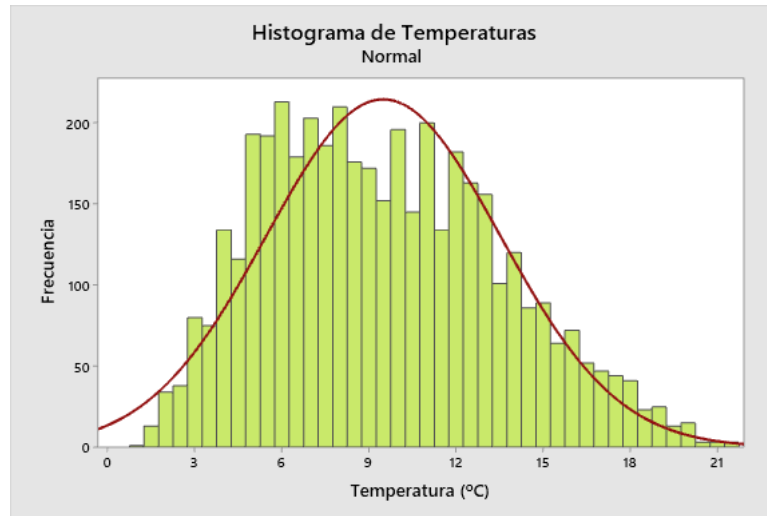


Gráfico 4-1 – Distribución de Temperaturas.

Datos de la Distribución de Temperaturas	
Media	9,493
Desviación Estándar	4,039
Nº Datos	4344

Tabla 4-4 – Resultados en la distribución de temperaturas.

A pesar de que la distribución sigue una distribución bastante aproximada a la normal, se puede ver que muchos de los datos se acumulan entre las clases que van desde los 4,5 hasta los 8,5°C. Por su parte, las clases centrales se encuentran por debajo de la campana de Gauss, por lo tanto, son los datos que nos distorsionarán la normalidad de la muestra.

A continuación, se comprueba la validez de la normalidad con la prueba de Anderson-Darling:

Datos del Anderson-Darling Test	
A²	21,25
Valor-P	<0,005
Media	9,4934
Desviación Estándar	4,0388
Varianza	16,3116
Asimetría	0,357539
Curtosis	-0,540701
Nº Datos	4344
Intervalo Confianza 95% Media	(9,3733 – 9,6136)
Intervalo Confianza 95% Mediana	(8,8889 – 9,3333)
Intervalo Confianza 95% D. Estándar	(3,9556 – 4,1255)

Tabla 4-5 – Resultados del Test de Anderson-Darling.

El test nos proporciona un elevado valor de Anderson-Darling, lo que nos hace prever la no normalidad de la distribución. Finalmente, con el p-valor inferior al valor de 0,05 se rechaza la hipótesis de la no normalidad de la muestra.

Se aplica por lo tanto la correlación de Spearman para hallar el grado de relación entre las variables. El diagrama de dispersión que refleja los datos es el siguiente:

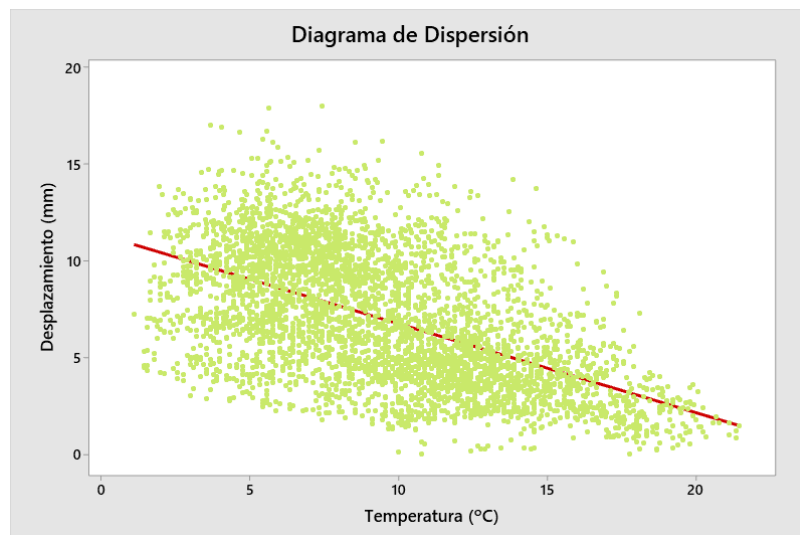


Gráfico 4-2 – Diagrama de dispersión.

El coeficiente de correlación de Spearman nos da un valor de -0,561 lo que quiere decir que la relación entre el desplazamiento y la temperatura es inversamente proporcional, como ya se podía observar en el diagrama de dispersión.

Datos de la Correlación de Spearman	
Correlación	-0,561
Intervalo de Confianza 95%	(-0,582, -0,539)
Valor-P	0,000

Tabla 4-6 – Resultados de la Correlación de Spearman

Como el valor-P tiende a 0 y es inferior al estadístico de contraste, se rechaza la hipótesis de la independencia de las variables, por lo tanto, son dependientes.

Por último, se ajusta la recta de regresión lineal que más se aproxime a la distribución de los datos.

$$Y = 11,36 - 0,4606X$$

Resultados de la Regresión	
Coefficiente de Determinación	0,3103
Coef. de Determinación Ajustado	0,3104
Error Típico	2,77347

Resultados de la Regresión				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Valor-P
Constante	11,361	0,108	105,68	0,000
Temperatura	-0,460	0,0104	--44,20	0,000

Tabla 4-7 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.

Obtenida la recta de regresión lineal, es preciso calcular la significancia de esta recta. Con el análisis ANOVA se puede realizar esta comprobación:

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	1	15028,9	15028,9	1953,80
Error	4342	33399,3	7,7	
Total	4343	48428,2		

Tabla 4-8 – Resultados del Análisis de Varianza.

Como el valor de F es de 1953,80 y el valor de $F_{1,n-2;\alpha}$ es 3,84; se rechaza la hipótesis de la no existencia de relación lineal y por lo tanto si estarán relacionadas entre sí.

4.4.1.2 Regresión Lineal Simple: Presión hidrostática.

Para el caso de la presión hidrostática, se ha decidido prescindir de las primeras lecturas, ya que como se observa en el gráfico, no varía el nivel de agua embalsada entre los años 1959 y 1975. Es por eso, que en este se han trabajado con 400 lecturas menos, que son las que se mantienen estables en ese periodo de tiempo.

Prescindiendo de esos datos, luego se puede apreciar el vaivén periódico típico de la cota de elevación, fruto de las diferentes estaciones del año, que, en función de la época, tendrá más o menos agua embalsada.

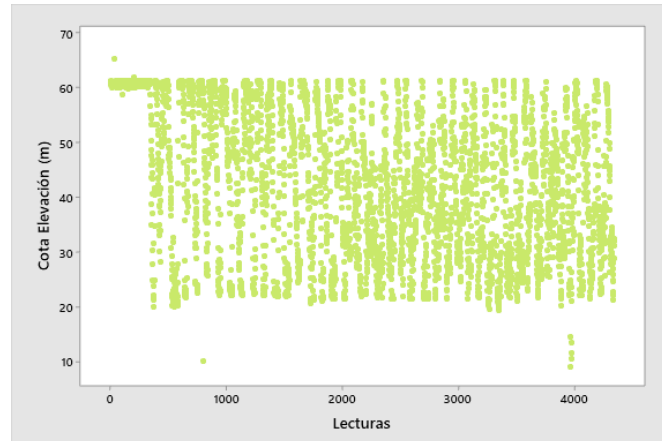


Gráfico 4-3 – Mediciones de agua embalsada.

Tras esta primera apreciación, se realiza la distribución de frecuencias, para ver si existe normalidad o no en la muestra.

En el histograma, se aprecia como resaltan dos clases por encima del resto, que son las clases de 20,5-21,5 metros y 60,5-61,5 metros, siendo estos los valores más frecuentes entre los que se encuentra la presa.

Este hecho surge por el hecho que se ha mencionado antes, que el agua embalsada es un fenómeno que varía en función de la época del año en la que se encuentre, y esos valores son los valores típicos entre los que se encuentra el agua embalsada.

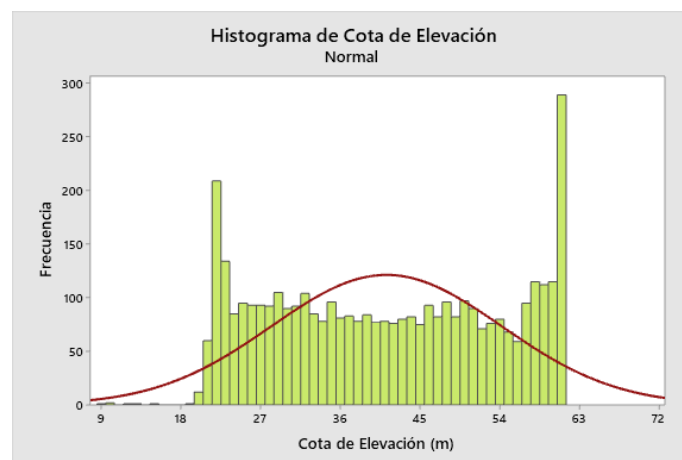


Gráfico 4-4 – Distribución de cota de elevación.

Datos de la Distribución de Cota de Elevación	
Media	41,21
Desviación Estándar	12,98
Nº Datos	3944

Tabla 4-9 - Resultados en la distribución de cota de elevación.

Seguidamente, se realiza la prueba de Anderson-Darling, para ver el grado de normalidad de la distribución.

Datos del Anderson-Darling Test	
A ²	66,09
Valor-P	<0,005
Media	41,215
Desviación Estándar	19,977
Varianza	168,407
Asimetría	0,02677
Curtosis	-1,29915
Nº Datos	3944
Intervalo Confianza 95% Media	(40,810 – 41,620)
Intervalo Confianza 95% Mediana	(40,190 – 41,730)
Intervalo Confianza 95% D. Estándar	(12,697– 13,270)

Tabla 4-10 – Resultados del Test de Anderson-Darling.

El test nos proporciona un elevado valor de Anderson-Darling, lo que nos hace prever la no normalidad de la distribución. Finalmente, con el p-valor inferior al valor de 0,05 se rechaza la hipótesis de la no normalidad de la muestra.

Se aplica por lo tanto la correlación de Spearman para hallar el grado de relación entre las variables. El diagrama de dispersión que refleja los datos es el siguiente:

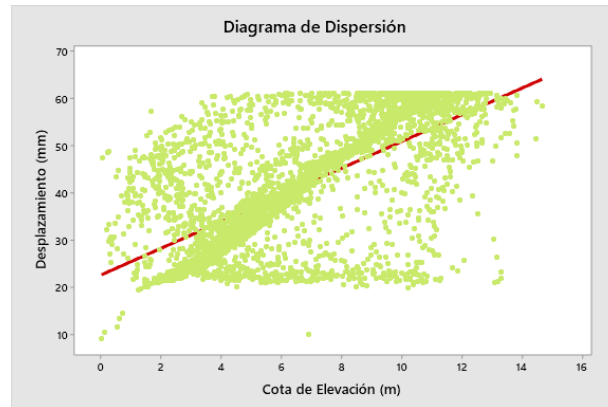


Gráfico 4-5 – Diagrama de dispersión.

El coeficiente de correlación de Spearman nos da un valor de 0,673 lo que quiere decir que la relación entre el desplazamiento y la presión es directamente proporcional, como ya se podía observar en el diagrama de dispersión.

Datos de la Correlación de Spearman	
Correlación	0,673
Intervalo de Confianza 95%	(0,653, 0,691)
Valor-P	0,000

Tabla 4-11 – Resultados de la Correlación de Spearman.

Como el valor-P tiende a 0 y es inferior al estadístico de contraste, se rechaza la hipótesis de la independencia de las variables, por lo tanto, son dependientes.

Por último, se ajusta la recta de regresión lineal que más se aproxime a la distribución de los datos.

$$Y = -0,057 + 0,16043X$$

Resultados de la Regresión	
Coeficiente de Determinación	0,4547
Coef. de Determinación Ajustado	0,4546
Error Típico	9,584

Resultados de la Regresión				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Valor-P
Constante	-0,057	0,121	-0,469	0,639
Cota de Elevación	0,16043	0,0028	57,334	0,000

Tabla 4-12 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.

Obtenida la recta de regresión lineal, es preciso calcular la significancia de esta recta. Con el análisis ANOVA se puede realizar esta comprobación:

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	1	301945	301945	3287,26
Error	3942	362085	92	
Total	3943	664030		

Tabla 4-13 – Resultados del Análisis de Varianza.

Como el valor de F es de 3287,26 y el valor de $F_{1,n-2;\alpha}$ es 3,84; se rechaza la hipótesis de la no existencia de relación lineal y por lo tanto si estarán relacionadas entre sí.

No obstante, en el análisis de residuos correspondiente, se puede ver como los residuos son mayores en las primeras observaciones llevadas a cabo. Es en torno a la observación 1750 (febrero de 1989) cuando los residuos toman valores menores y más constantes.

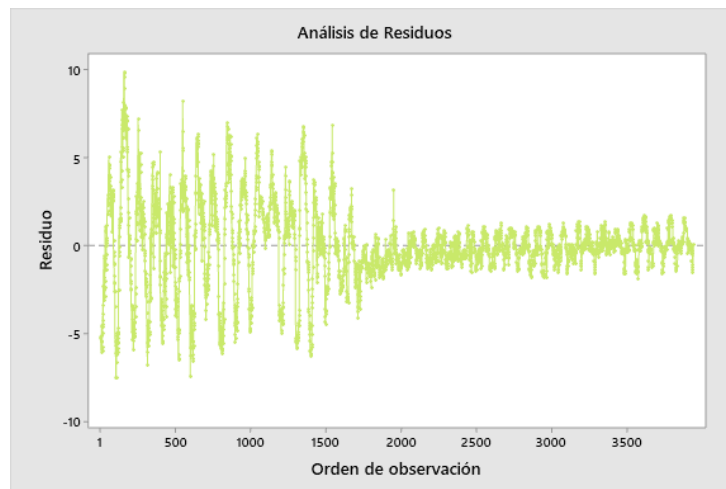


Gráfico 4-6 – Análisis de Residuos

4.4.1.3 Regresión Lineal Múltiple: Temperatura y presión hidrostática.

En este caso, como al igual que en la regresión lineal simple de la cota de elevación, se han eliminado las primeras 400 lecturas por resultar confusas, y se trabajan con el resto de los datos.

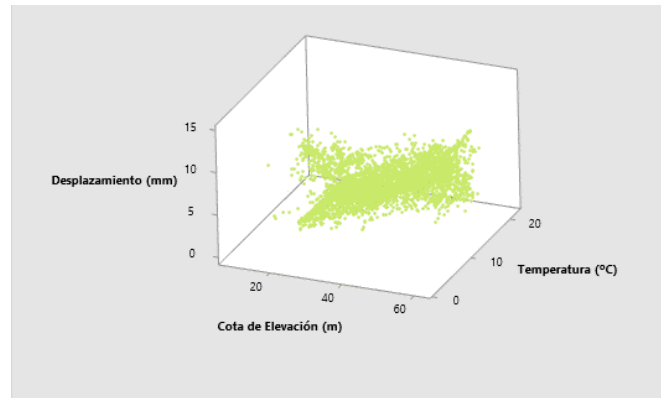


Gráfico 4-7 – Diagrama de dispersión 3D.

Para el caso de la regresión lineal múltiple, se obtienen los siguientes datos:

Resultados de la Regresión	
Coefficiente de Correlación múltiple	0,78486
Coefficiente de Determinación	0,6160
Coef. de Determinación Ajustado	0,6158
Error Tipico	1,9136

Tabla 4-14 – Resultados de la regresión múltiple.

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	2	23153,9	11576,9	3161,24
Error	3941	14432,6	3,6	
Total	3943	37586,5		

Análisis de Varianza				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Probabilidad
Intercepción	4,285	0,147	29,102	$7,82 \times 10^{-169}$
Variable T ^a	-0,316	0,007	-40,688	$1,73 \times 10^{-302}$
Variable P ^o	0,128	0,002	51,807	0

Tabla 4-15 – Resultados del Análisis de Varianza.

Se puede asumir pues que la recta de regresión múltiple es:

$$Y = 4,285 - 0,316 \cdot X_{\text{TEMPERATURA}} + 0,128 \cdot X_{\text{PRESIÓN}}$$

Y conociendo el coeficiente de correlación múltiple anteriormente conocido 0,78486 se puede afirmar que están correlacionadas linealmente.

4.4.2 Auscultación Clásica.

4.4.2.1 Regresión Lineal Simple: Temperatura

La distribución de las temperaturas medidas durante las diferentes campañas arroja la siguiente distribución.

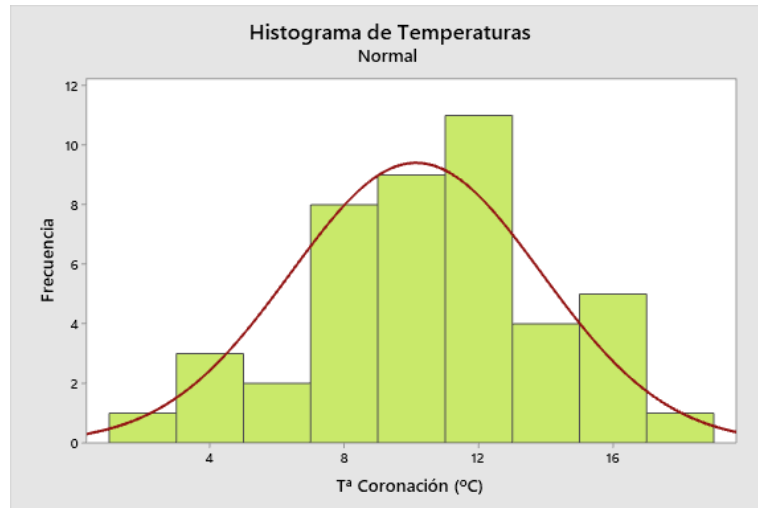


Gráfico 4-8 – Distribución de temperaturas.

Datos de la Distribución de Temperaturas	
Media	10,14
Desviación Estándar	3,733
Nº Datos	44

Tabla 4-16 – Resultados de la distribución de temperaturas

Seguidamente, se realiza la prueba de Anderson-Darling, para ver el grado de normalidad de la distribución.

Datos del Anderson-Darling Test	
A ²	0,23
Valor-P	0,800
Media	10,136
Desviación Estándar	3,733
Varianza	13,933
Asimetría	-0,0923

Curtosis	-0,019
Nº Datos	44
Intervalo Confianza 95% Media	(9,001 – 11,271)
Intervalo Confianza 95% Mediana	(9,000 – 11,637)
Intervalo Confianza 95% D. Estándar	(3,084 – 4,729)

Gráfico 4-9 - Resultados del Test de Anderson-Darling.

Como se puede observar en primera instancia, el valor de Anderson-Darling en este caso es muy bajo, que, junto con el valor-P obtenido, da certeza de que la distribución se puede aproximar a una normal.

Se aplica por lo tanto la correlación de Pearson para hallar el grado de relación entre las variables. El diagrama de dispersión que refleja los datos es el siguiente:

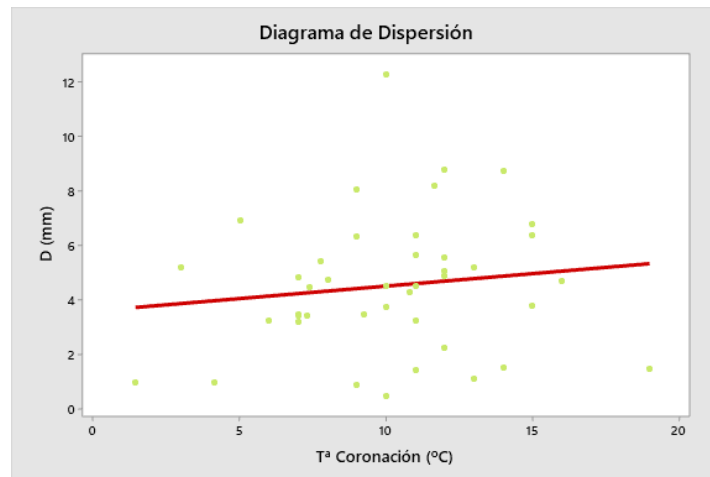


Gráfico 4-10 – Diagrama de dispersión.

El coeficiente de correlación de Pearson nos da un valor de 0,131 lo que quiere decir que la relación entre el desplazamiento y la temperatura es positiva, pero el valor obtenido es muy débil como para afirmar que exista relación entre ambas.

Datos de la Correlación de Pearson	
Correlación	0,131
Intervalo de Confianza 95%	(-0,180; 0,418)
Valor-P	0,409

Tabla 4-17 – Resultados de la Correlación de Pearson.

Como el valor-P es superior a 0,05 y es superior al estadístico de contraste, se acepta la hipótesis de la independencia de las variables, por lo tanto, son independientes. No obstante, se realiza la regresión lineal.

Por último, se ajusta la recta de regresión lineal que más se aproxime a la distribución de los datos.

$$Y = 3,59 + 0,092X$$

Resultados de la Regresión				
Coeficiente de Determinación		0,0171		
Coef. de Determinación Ajustado		0,000		
Error Típico		2,529		
Resultados de la Regresión				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Valor-P
Constante	3,59	1,18	3,04	0,004
Temperatura	0,092	0,110	0,83	0,409

Tabla 4-18 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.

Obtenida la recta de regresión lineal, es preciso calcular la significancia de esta recta. Con el análisis ANOVA se puede realizar esta comprobación:

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	1	4,461	4,461	0,697
Error	40	256,002	6,400	
Total	41	260,463		

Tabla 4-19 – Resultados del Análisis de Varianza.

Como el valor de F es de 0,697 y el valor de $F_{1,n-2;\alpha}$ es 4,08; se acepta la hipótesis de la no existencia de relación lineal y por lo tanto no estarán relacionadas entre sí.

4.4.2.2 Regresión Lineal Simple: Presión hidrostática.

La distribución de la cota media analizada durante las diferentes campañas arroja la siguiente distribución.

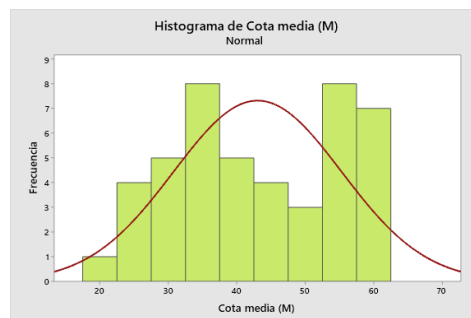


Gráfico 4-11 – Distribución de cota de elevación.

Datos de la Distribución de Temperaturas	
Media	43,04
Desviación Estándar	12,77
Nº Datos	45

Tabla 4-20 – Resultados de la distribución de cota de elevación.

Seguidamente, se realiza la prueba de Anderson-Darling, para ver el grado de normalidad de la distribución.

Datos del Anderson-Darling Test	
A ²	1,14
Valor-P	0,005
Media	43,037
Desviación Estándar	12,269
Varianza	150,522
Asimetría	-0,0550
Curtosis	-1,412
Nº Datos	45
Intervalo Confianza 95% Media	(39,352 – 46,723)
Intervalo Confianza 95% Mediana	(35,618 – 50,371)
Intervalo Confianza 95% D. Estándar	(10,157 – 15,498)

Tabla 4-21 – Resultados del Test de Anderson-Darling.

Como se puede observar en primera instancia, el valor de Anderson-Darling en este caso es bajo, aunque el valor-P obtenido nos hace indicar que la distribución no es gaussiana.

Se aplica por lo tanto la correlación de Spearman para hallar el grado de relación entre las variables. El diagrama de dispersión que refleja los datos es el siguiente:

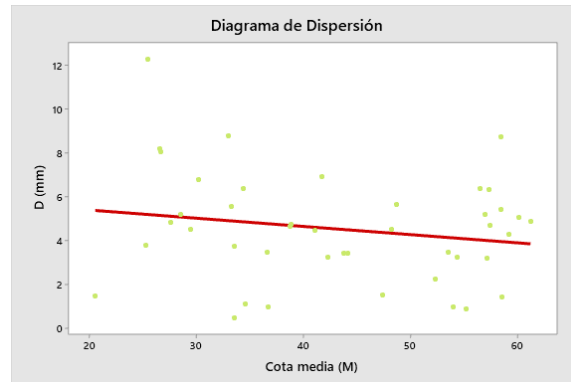


Gráfico 4-12 – Diagrama de dispersión.

El coeficiente de correlación de Spearman nos da un valor de -0,140 lo que quiere decir que la relación entre el desplazamiento y la presión es negativa, pero el valor obtenido es muy débil como para afirmar que exista relación entre ambas.

Datos de la Correlación de Spearman	
Correlación	-0,140
Intervalo de Confianza 95%	(-0,424; 0,169)
Valor-P	0,370

Tabla 4-22 – Resultados de la Correlación de Spearman.

Como el valor-P es superior a 0,05 y es superior al estadístico de contraste, se acepta la hipótesis de la independencia de las variables, por lo tanto, son independientes. No obstante, se realiza la regresión lineal.

Por último, se ajusta la recta de regresión lineal que más se aproxime a la distribución de los datos.

$$Y = 6,14 - 0,0375X$$

Resultados de la Regresión	
Coeficiente de Determinación	0,0345
Coef. de Determinación Ajustado	0,0109
Error Típico	2,476

Resultados de la Regresión				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Valor-P
Constante	6,14	1,393	4,41	0,000
Temperatura	-0,0375	0,031	-1,21	0,233

Tabla 4-23 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.

Obtenida la recta de regresión lineal, es preciso calcular la significancia de esta recta. Con el análisis ANOVA se puede realizar esta comprobación:

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	1	8,987	8,987	1,465
Error	41	251,491	6,134	
Total	42	260,478		

Tabla 4-24 – Resultados del Análisis de Varianza.

Como el valor de F es de 1,465 y el valor de $F_{1,n-2;\alpha}$ es 4,07; se acepta la hipótesis de la no existencia de relación lineal y por lo tanto no estarán relacionadas entre sí.

4.4.2.3 Regresión Lineal Múltiple: Temperatura y presión hidrostática.

El gráfico de dispersión en 3D para este caso toma la siguiente forma:

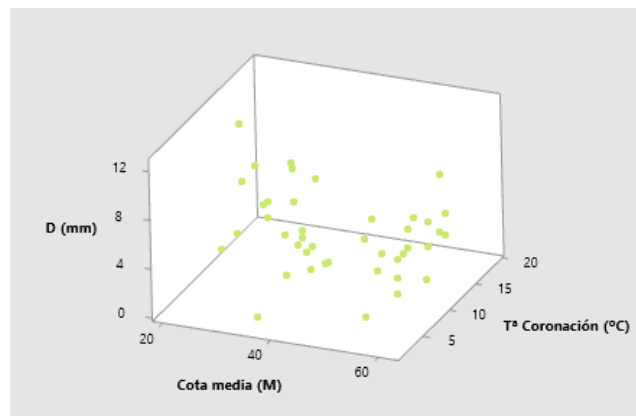


Gráfico 4-13 – Diagrama de dispersión 3D.

Para el caso de la regresión lineal múltiple, se obtienen los siguientes datos:

Resultados de la Regresión	
Coeficiente de Correlación múltiple	0,2211
Coeficiente de Determinación	0,0489
Coef. de Determinación Ajustado	$9,36 \times 10^{-05}$
Error Tipico	2,5203

Tabla 4-25 – Resultados de la regresión múltiple.

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	2	12,728	6,364	1,001
Error	39	247,734	6,352	
Total	41	260,463		

Análisis de Varianza				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Probabilidad
Intercepción	5,231	1,857	2,815	0,007
Variable T ^a	0,084	0,109	0,768	0,446
Variable P ^o	-0,036	0,031	-1,141	0,261

Tabla 4-26 – Resultados del Análisis de Varianza.

Se puede asumir pues que la recta de regresión múltiple es:

$$Y = 5,231 + 0,084 \cdot X_{\text{TEMPERATURA}} - 0,036 \cdot X_{\text{PRESIÓN}}$$

Y conociendo el coeficiente de correlación múltiple anteriormente conocido 0,2210 se puede afirmar que están correlacionadas linealmente, aunque de una forma muy débil.

4.4.3 Nivelación.

4.4.3.1 Regresión Lineal Simple: Temperatura.

La distribución de las temperaturas medidas durante las diferentes campañas arroja la siguiente distribución.

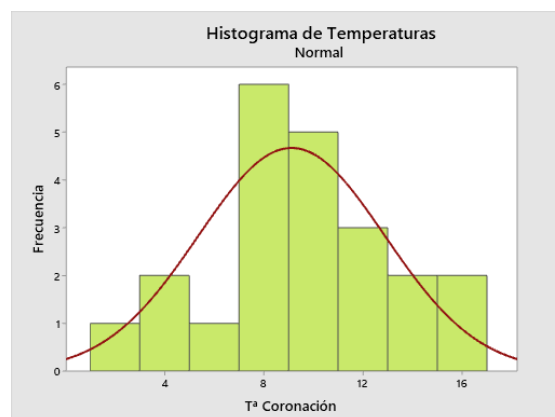


Gráfico 4-14 – Distribución de temperaturas.

Datos de la Distribución de Temperaturas	
Media	9,125
Desviación Estándar	3,761
Nº Datos	22

Tabla 4-27 – Resultados en la distribución de temperaturas.

Seguidamente, se realiza la prueba de Anderson-Darling, para ver el grado de normalidad de la distribución.

Datos del Anderson-Darling Test	
A ²	0,19
Valor-P	0,886
Media	9,124
Desviación Estándar	3,761
Varianza	14,143
Asimetría	-0,125
Curtosis	-0,294
Nº Datos	22
Intervalo Confianza 95% Media	(7,4572 – 10,7920)
Intervalo Confianza 95% Mediana	(7,0000 – 11,0182)
Intervalo Confianza 95% D. Estándar	(2,8933 – 5,3743)

Tabla 4-28 – Resultados del Test de Anderson-Darling.

Como se puede observar en primera instancia, el valor de Anderson-Darling en este caso es muy bajo, que, junto con el valor-P obtenido, da certeza de que la distribución se puede aproximar a una normal.

Se aplica por lo tanto la correlación de Pearson para hallar el grado de relación entre las variables. El diagrama de dispersión que refleja los datos es el siguiente:

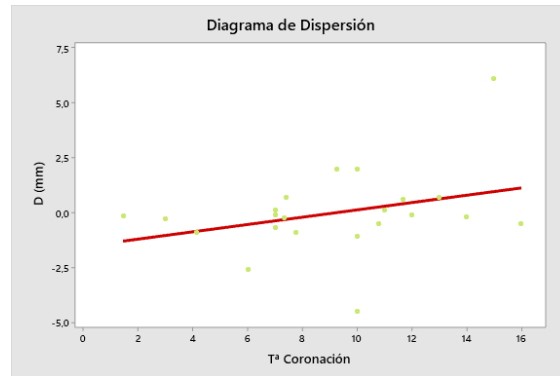


Gráfico 4-15 – Diagrama de dispersión.

El coeficiente de correlación de Pearson nos da un valor de 0,326 lo que quiere decir que la relación entre el desplazamiento y la temperatura es positiva, pero el valor obtenido es muy débil como para afirmar que exista relación entre ambas.

Datos de la Correlación de Pearson	
Correlación	0,326
Intervalo de Confianza 95%	(-0,111; 0,657)
Valor-P	0,139

Tabla 4-29 – Resultados de la Correlación de Pearson.

Como el valor-P es superior a 0,05 y es superior al estadístico de contraste, se acepta la hipótesis de la independencia de las variables, por lo tanto, son independientes. No obstante, se realiza la regresión lineal.

Por último, se ajusta la recta de regresión lineal que más se aproxime a la distribución de los datos.

$$Y = -1,59 + 0,167X$$

Resultados de la Regresión	
Coeficiente de Determinación	0,1062
Coef. de Determinación Ajustado	0,0615
Error Típico	1,8624

Resultados de la Regresión				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Valor-P
Constante	-1,54	1,06	-1,45	0,163
Temperatura	0,167	0,108	1,54	0,139

Tabla 4-30 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.

Obtenida la recta de regresión lineal, es preciso calcular la significancia de esta recta. Con el análisis ANOVA se puede realizar esta comprobación:

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	1	8,239	8,239	2,38
Error	20	69,374	3,469	
Total	21	77,612		

Tabla 4-31 – Resultados del Análisis de Varianza.

Como el valor de F es de 2,38 y el valor de $F_{1,n-2;\alpha}$ es 4,35; se acepta la hipótesis de la no existencia de relación lineal y por lo tanto no estarán relacionadas entre sí.

4.4.3.2 Regresión Lineal Simple: Presión hidrostática.

La distribución de la cota media analizada durante las diferentes campañas arroja la siguiente distribución.

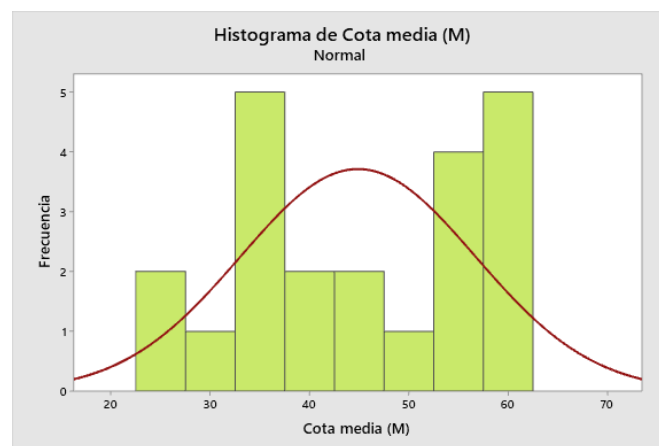


Gráfico 4-16 – Distribución de cota de elevación.

Datos de la Distribución de Temperaturas	
Media	44,87
Desviación Estándar	11,82
Nº Datos	22

Tabla 4-32 – Resultados de la distribución de temperaturas.

Seguidamente, se realiza la prueba de Anderson-Darling, para ver el grado de normalidad de la distribución.

Datos del Anderson-Darling Test	
A²	0,78
Valor-P	0,035
Media	44,870
Desviación Estándar	11,818
Varianza	139,673
Asimetría	-0,195
Curtosis	-1,454
Nº Datos	22
Intervalo Confianza 95% Media	(39,360 – 50,110)
Intervalo Confianza 95% Mediana	(36,502– 57,014)
Intervalo Confianza 95% D. Estándar	(9,092 – 16,889)

Tabla 4-33 – Resultados del Test de Anderson-Darling.

Como se puede observar en primera instancia, el valor de Anderson-Darling en este caso es bajo, aunque el valor-P obtenido nos hace indicar que la distribución no es gaussiana.

Se aplica por lo tanto la correlación de Spearman para hallar el grado de relación entre las variables. El diagrama de dispersión que refleja los datos es el siguiente:

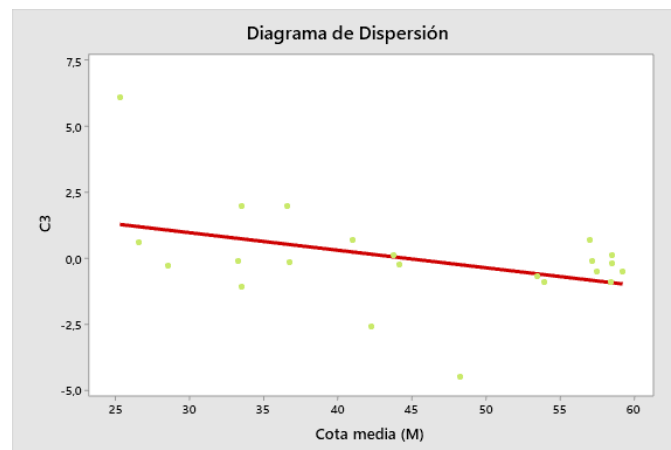


Gráfico 4-17 – Diagrama de dispersión.

El coeficiente de correlación de Spearman nos da un valor de -0,350 lo que quiere decir que la relación entre el desplazamiento y la presión es negativa.

Datos de la Correlación de Spearman	
Correlación	-0,350
Intervalo de Confianza 95%	(-0,680; 0,097)
Valor-P	0,110

Tabla 4-34 – Resultados de la Correlación de Spearman.

Como el valor-P es superior a 0,05 y es superior al estadístico de contraste, se acepta la hipótesis de la independencia de las variables, por lo tanto, son independientes. No obstante, se realiza la regresión lineal.

Por último, se ajusta la recta de regresión lineal que más se aproxime a la distribución de los datos.

$$Y = 2,963 - 0,0665X$$

Resultados de la Regresión				
Coeficiente de Determinación		0,1672		
Coef. de Determinación Ajustado		0,1255		
Error Típico		1,797		
Resultados de la Regresión				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Valor-P
Constante	2,963	1,54	1,93	0,068
Temperatura	-0,0665	0,03	-2,00	0,059

Tabla 4-35 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.

Obtenida la recta de regresión lineal, es preciso calcular la significancia de esta recta. Con el análisis ANOVA se puede realizar esta comprobación:

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	1	12,975	12,975	4,01
Error	20	64,637	3,232	
Total	21	77,612		

Tabla 4-36 – Resultados del Análisis de Varianza.

Como el valor de F es de 4,01 y el valor de $F_{1,n-2;\alpha}$ es 4,35; se acepta la hipótesis de la no existencia de relación lineal y por lo tanto no estarán relacionadas entre sí.

4.4.3.3 Regresión Lineal Múltiple: Temperatura y presión hidrostática.

El gráfico de dispersión en 3D para este caso toma la siguiente forma:

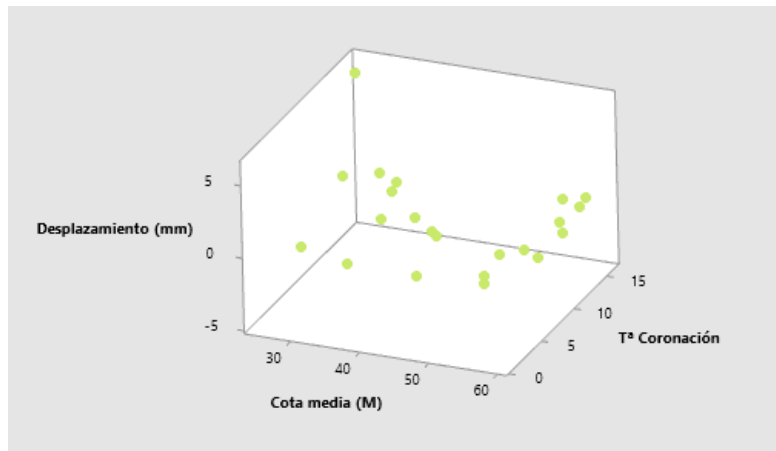


Tabla 4-37 – Diagrama de dispersión 3D.

Para el caso de la regresión lineal múltiple, se obtienen los siguientes datos:

Resultados de la Regresión	
Coefficiente de Correlación múltiple	0,5558
Coefficiente de Determinación	0,3089
Coef. de Determinación Ajustado	0,2362
Error Típico	1,6801

Tabla 4-38 – Resultados de la regresión múltiple.

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	2	23,980	11,990	4,247
Error	19	53,633	2,822	
Total	21	77,613		

Análisis de Varianza				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Probabilidad
Intercepción	1,519	1,612	0,942	0,357
Variable T ^a	0,194	0,098	1,974	0,063
Variable P ^o	-0,074	0,031	-2,361	0,029

Tabla 4-39 – Resultados del Análisis de Varianza.

Se puede asumir pues que la recta de regresión múltiple es:

$$Y = 1,519 + 0,194 \cdot X_{\text{TEMPERATURA}} - 0,074 \cdot X_{\text{PRESIÓN}}$$

Y conociendo el coeficiente de correlación múltiple anteriormente conocido 0,5558 se puede afirmar que están correlacionadas linealmente.

4.4.4 Resumen.

Para finalizar, en la siguiente tabla se resumen todas las rectas de regresión que se han aplicado.

Rectas de Regresión del Péndulo		
Tipología	Recta	R ²
Temperatura	$Y = 11,36 - 0,4606X$	0,3103
Presión	$Y = -0,057 + 0,16043X$	0,4547
Temperatura y Presión	$Y = 4,285 - 0,316 \cdot X_{\text{TEMPERATURA}} + 0,128 \cdot X_{\text{PRESIÓN}}$	0,6160

Tabla 4-40 – Rectas de regresión obtenidas para el péndulo.

Rectas de Regresión de la Auscultación		
Tipología	Recta	R ²
Temperatura	$Y = 3,59 + 0,092X$	0,0171
Presión	$Y = 6,14 - 0,0375X$	0,0345
Temperatura y Presión	$Y = 5,231 + 0,084 \cdot X_{\text{TEMPERATURA}} - 0,036 \cdot X_{\text{PRESIÓN}}$	0,0489

Tabla 4-41 – Rectas de regresión obtenidas para la auscultación.

Rectas de Regresión de la Nivelación

Tipología	Recta	R ²
Temperatura	$Y = -1,59 + 0,167X$	0,1062
Presión	$Y = 2,963 - 0,0665X$	0,1672
Temperatura y Presión	$Y = 1,519 + 0,194 \cdot X_{TEMPERATURA} - 0,074 \cdot X_{PRESIÓN}$	0,3089

Tabla 4-42 – Rectas de regresión obtenidas para la nivelación.

Los resultados obtenidos nos hacen ver que la que mejor calidad tiene son rectas de regresión calculadas para los datos del péndulo.

En el caso de la auscultación geodésica, se obtienen muy malos coeficientes de determinación y por lo tanto las rectas son prácticamente desechables. No obstante, se ha decidido trabajar con esas rectas a nivel experimental y para poder realizar una comparación entre las rectas obtenidas.

Por último, con el fin de refinar la recta de mayor precisión, la del péndulo, se realiza en el siguiente punto una aproximación de mayor precisión, eliminando aquellos puntos iniciales que presentan mayor error.

4.5 Contraste de los Resultados y Conclusiones.

4.5.1 Exclusión de Datos Anómalos.

Una vez se han obtenido los datos, es preciso realizar una serie de indicaciones y modelos de predicción con dichas rectas, para asegurarnos del buen resultado.

En primer lugar, y dado los grandes residuos que genera el péndulo y la poca estabilidad de los datos en los primeros años de medición, se procede a realizar de nuevo una recta de regresión lineal que tenga mayor precisión en sus datos. Este fenómeno se puede apreciar en las siguientes gráficas, donde se evalúa la diferencia entre los datos obtenidos a principio de las mediciones comparadas con las últimas. Esto se puede deber a las diferentes herramientas para tomar datos, que han ido evolucionando hasta obtener precisiones mucho mayores.

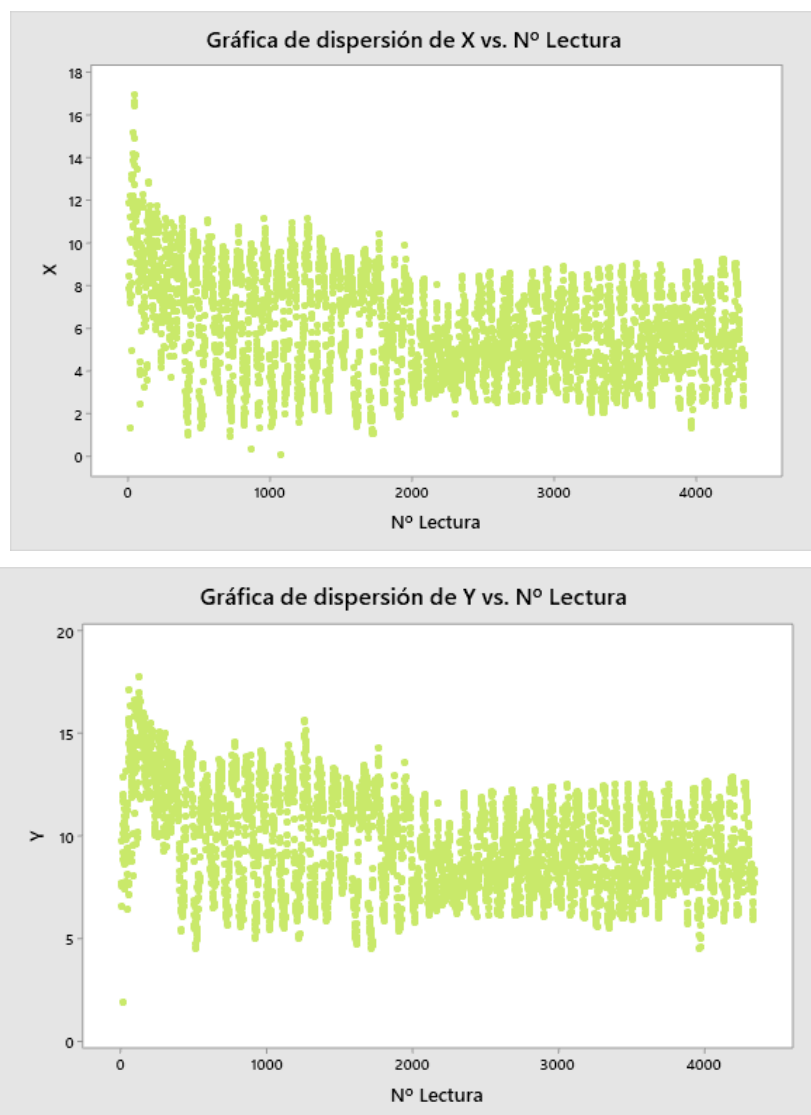


Gráfico 4-18 – Diagramas de dispersión de la X y la Y en el tiempo.

Por lo tanto, para proceder a hacer un nuevo modelo se tomarán en cuenta los datos tomados desde la lectura 2000 en adelante, que como se puede observar es donde se estandarizan los resultados.

4.5.1.1 Regresión Lineal Simple: Temperatura.

La distribución de las temperaturas medias de los últimos 30 días capturada por el péndulo se ven distribuidos en la siguiente gráfica.

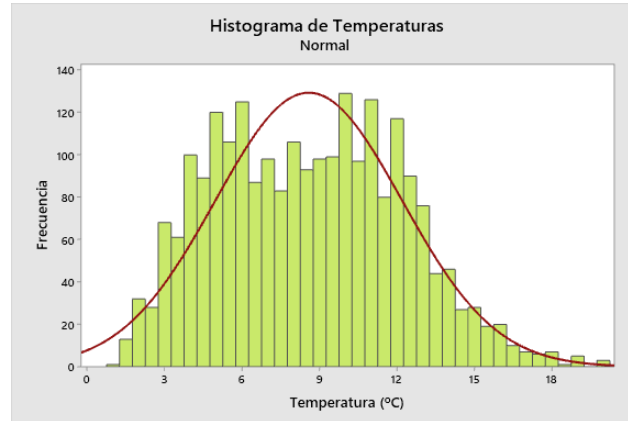


Gráfico 4-19 – Distribución de temperaturas.

Datos de la Distribución de Temperaturas	
Media	8,581
Desviación Estándar	3,618
Nº Datos	2345

Tabla 4-43 – Resultados en la distribución de temperaturas.

Seguidamente, se realiza la prueba de Anderson-Darling, para ver el grado de normalidad de la distribución.

Datos del Anderson-Darling Test	
A²	10,64
Valor-P	<0,005
Media	8,5807
Desviación Estándar	3,6177
Varianza	13,0874
Asimetría	0,2116
Curtosis	-0,6165
Nº Datos	2345
Intervalo Confianza 95% Media	(8,4342 – 8,7272)
Intervalo Confianza 95% Mediana	(8,3333 – 9,7778)
Intervalo Confianza 95% D. Estándar	(3,5170 – 3,7243)

Tabla 4-44 – Resultados del Test de Anderson-Darling.

El test nos proporciona un elevado valor de Anderson-Darling, lo que nos hace prever la no normalidad de la distribución. Finalmente, con el p-valor inferior al valor de 0,05 se rechaza la hipótesis de la no normalidad de la muestra.

Se aplica por lo tanto la correlación de Spearman para hallar el grado de relación entre las variables. El diagrama de dispersión que refleja los datos es el siguiente:

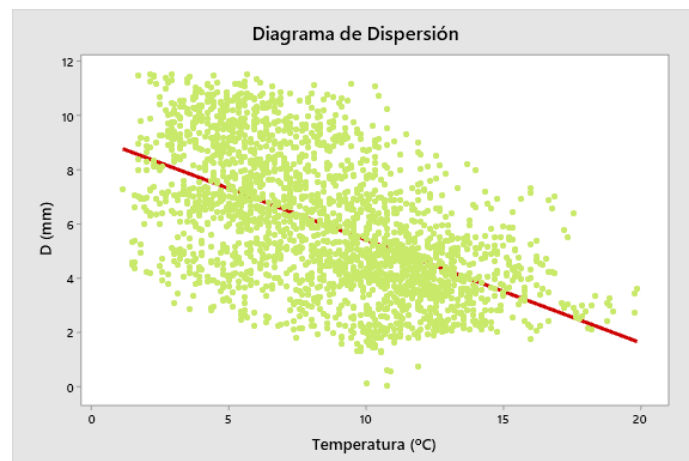


Gráfico 4-20 – Diagrama de dispersión.

El coeficiente de correlación de Spearman nos da un valor de -0,569 lo que quiere decir que la relación entre el desplazamiento y la temperatura es inversamente proporcional, como ya se podía observar en el diagrama de dispersión.

Datos de la Correlación de Spearman	
Correlación	-0,569
Intervalo de Confianza 95%	(-0,598, -0,539)
Valor-P	0,000

Tabla 4-45 – Resultados de la Correlación de Spearman.

Como el valor-P tiende a 0 y es inferior al estadístico de contraste, se rechaza la hipótesis de la independencia de las variables, por lo tanto, son dependientes.

Por último, se ajusta la recta de regresión lineal que más se aproxime a la distribución de los datos.

$$Y = 9,191 - 0,3792X$$

Resultados de la Regresión	
Coefficiente de Determinación	0,3087
Coef. de Determinación Ajustado	0,3084
Error Típico	2,0533

Resultados de la Regresión				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Valor-P
Constante	9,191	0,109	84,20	0,000
Temperatura	-0,3792	0,012	-32,35	0,000

Tabla 4-46 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.

Obtenida la recta de regresión lineal, es preciso calcular la significancia de esta recta. Con el análisis ANOVA se puede realizar esta comprobación:

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	1	4411,3	4411,33	1046,28
Error	2343	9878,6	4,22	
Total	2344	14289,9		

Tabla 4-47 – Resultados del Análisis de Varianza.

Como el valor de F es de 1046,28 y el valor de $F_{1,n-2;\alpha}$ es inferior; se rechaza la hipótesis de la no existencia de relación lineal y por lo tanto si estarán relacionadas entre sí.

4.5.1.2 Regresión Lineal Simple: Presión hidrostática.

En este caso es donde tiene más significación la eliminación de los datos erróneos. Más adelante se verá que la correlación entre los datos es muy fuerte, y por lo tanto tendrá una buena aproximación. La distribución de datos es la siguiente:

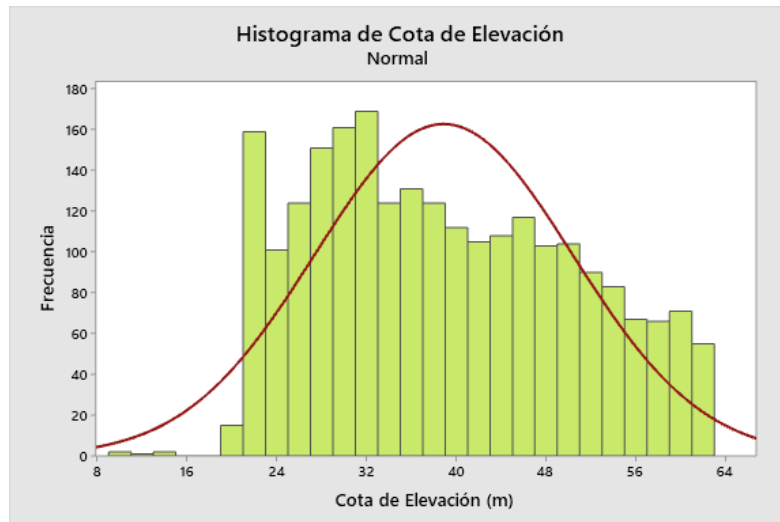


Gráfico 4-21 – Distribución de cota de elevación.

Datos de la Distribución de Cota de Elevación	
Media	38,86
Desviación Estándar	11,49
Nº Datos	2345

Tabla 4-48 – Resultados de la distribución de la cota de elevación.

Seguidamente, se realiza la prueba de Anderson-Darling, para ver el grado de normalidad de la distribución.

Datos del Anderson-Darling Test	
A²	24,25
Valor-P	<0,005
Media	38,865
Desviación Estándar	11,492
Varianza	132,072
Asimetría	0,263
Curtosis	-0,984
Nº Datos	2345
Intervalo Confianza 95% Media	(38,399 – 39,330)
Intervalo Confianza 95% Mediana	(36,846 – 38,269)
Intervalo Confianza 95% D. Estándar	(11,173– 11,831)

Tabla 4-49 – Resultados del Test de Anderson-Darling.

El test nos proporciona un elevado valor de Anderson-Darling, lo que nos hace prever la no normalidad de la distribución. Finalmente, con el p-valor inferior al valor de 0,05 se rechaza la hipótesis de la no normalidad de la muestra.

Se aplica por lo tanto la correlación de Spearman para hallar el grado de relación entre las variables. El diagrama de dispersión que refleja los datos es el siguiente:

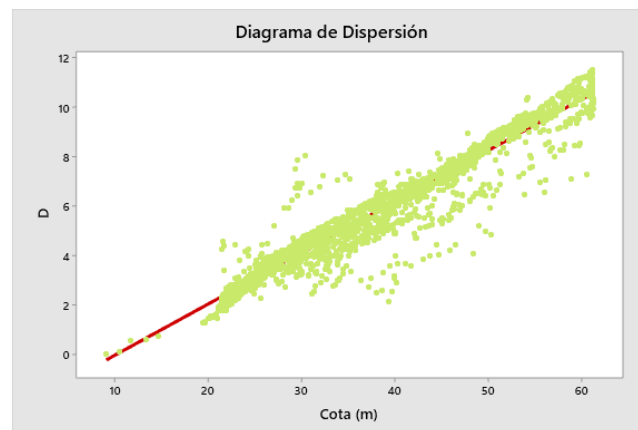


Gráfico 4-22 – Diagrama de dispersión.

El coeficiente de correlación de Spearman nos da un valor de 0,958 lo que quiere decir que la relación entre el desplazamiento y la presión es directamente proporcional, como ya se podía observar en el diagrama de dispersión. En este caso, se puede ver que los datos apenas están dispersos y es por eso que hay una correlación muy fuerte.

Datos de la Correlación de Spearman	
Correlación	0,958
Intervalo de Confianza 95%	(0,954; 0,962)
Valor-P	0,000

Tabla 4-50 – Resultados de la Correlación de Spearman.

Como el valor-P tiende a 0 y es inferior al estadístico de contraste, se rechaza la hipótesis de la independencia de las variables, por lo tanto, son dependientes.

Por último, se ajusta la recta de regresión lineal que más se aproxime a la distribución de los datos.

$$Y = -2,1032 + 0,2069X$$

Resultados de la Regresión	
Coefficiente de Determinación	0,9273
Coef. de Determinación Ajustado	0,9273
Error Típico	0,6659

Resultados de la Regresión				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Valor-P
Constante	-2,1032	0,0485	-43,36	0,000
Cota de Elevación	0,2069	0,0012	172,85	0,000

Tabla 4-51 – Resultados de los valores estadísticos de la regresión lineal.

Obtenida la recta de regresión lineal, es preciso calcular la significancia de esta recta. Con el análisis ANOVA se puede realizar esta comprobación:

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	1	13250,8	13250,8	29878,15
Error	2343	1039,1	0,4	
Total	2344	14289,9		

Tabla 4-52 – Resultados del Análisis de Varianza.

Como el valor de F es de 29878,15 y el valor de $F_{1,n-2;\alpha}$ es muy inferior; se rechaza la hipótesis de la no existencia de relación lineal y por lo tanto si estarán relacionadas entre sí.

4.5.1.3 Regresión Lineal Múltiple: Temperatura y presión hidrostática.

El gráfico de dispersión en 3D para este caso toma la siguiente forma:

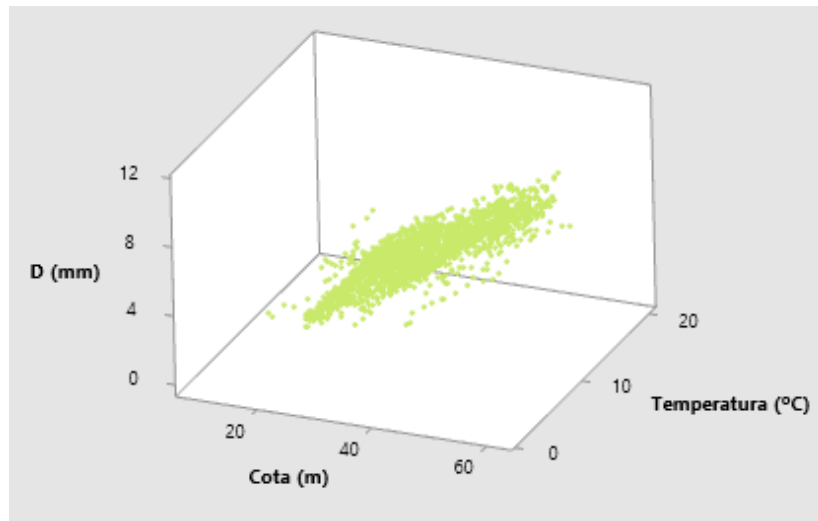


Gráfico 4-23 – Diagrama de dispersión 3D.

Para el caso de la regresión lineal múltiple, se obtienen los siguientes datos:

Resultados de la Regresión	
Coefficiente de Correlación múltiple	0,9666
Coefficiente de Determinación	0,9343
Coef. de Determinación Ajustado	0,9343
Error Típico	0,6331

Tabla 4-53 – Resultados de la regresión múltiple.

Análisis de Varianza				
Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de Cuadrados	F Estadístico
Regresión Lineal	2	13351,34	6675,67	16657,61
Error	2342	938,57	0,40	
Total	2344	14289,92		

Análisis de Varianza				
	Coeficientes	Error Típico	Estadístico T	Probabilidad
Intercepción	-1,129	0,076	-14,692	$8,21 \times 10^{-47}$
Variable T ^a	-0,066	0,004	-15,838	$9,41 \times 10^{-54}$
Variable P ^o	0,196	0,001	149,357	0

Tabla 4-54 – Resultados del Análisis de Varianza.

Se puede asumir pues que la recta de regresión múltiple es:

$$Y = -1,129 - 0,066 \cdot X_{\text{TEMPERATURA}} + 0,196 \cdot X_{\text{PRESIÓN}}$$

Y conociendo el coeficiente de correlación múltiple anteriormente conocido 0,9666 nos proporciona un valor de correlación muy fuerte y superior al de la primera evaluación que actuaba con todas las observables.

Por lo tanto, las nuevas rectas obtenidas con sus coeficientes de determinación son:

Rectas de Regresión del Péndulo		
Tipología	Recta	R ²
Temperatura	$Y = 9,191 - 0,3792X$	0,3087
Presión	$Y = -2,1032 + 0,2069X$	0,9273
Temperatura y Presión	$Y = -1,129 - 0,066 \cdot X_{\text{TEMPERATURA}} + 0,196 \cdot X_{\text{PRESIÓN}}$	0,9343

Tabla 4-55 – Rectas de regresión obtenidas para los nuevos datos del péndulo

En este caso, los coeficientes de determinación son mucho mejores, muy cercanos a 1, por lo que tenemos una mejor aproximación.

4.5.2 Estimaciones.

A continuación, se van a realizar unas predicciones con los dos modelos obtenidos a través del péndulo y de la auscultación clásica. En este caso, solo se utilizará la recta de regresión múltiple en ambos casos, puesto que es el caso más restrictivo y por lo tanto el más significativo.

Para calcular estos valores esperados, se han seleccionado 10 valores de temperatura y cota de elevación, lo que nos arrojará 20 valores de desplazamiento diferentes, 10 con la recta obtenido con los datos del péndulo y 10 con la recta obtenida con los datos de la auscultación geodésica.

Este experimento se va a realizar con la nueva recta de regresión recientemente obtenida por el método del péndulo y la ya conocida de la auscultación clásico, y son:

- Péndulo: $Y = -1,129 - 0,066 \cdot X_{\text{TEMPERATURA}} + 0,196 \cdot X_{\text{PRESIÓN}}$
- Auscultación: $Y = 5,231 + 0,084 \cdot X_{\text{TEMPERATURA}} - 0,036 \cdot X_{\text{PRESIÓN}}$

Los datos obtenidos se resumen en las siguientes tablas:

Estimación de Datos del Péndulo

T ^a (°C)	Cota (m)	D Péndulo	Error Ajuste	Intervalo Confianza 95%	D Real
13,8	43,55	6,51	0,0286	6,45 – 6,56	5,93
13,7	37,80	5,39	0,0245	5,34 – 5,44	5,55
12,7	21,75	2,30	0,0242	2,25 – 2,35	2,08
2,3	43,20	7,20	0,0272	7,15 – 7,26	6,91
12,1	36,36	5,21	0,0187	5,17 – 5,25	5,94
9,7	44,92	7,05	0,0171	7,02 – 7,09	7,29
4,3	32,39	4,95	0,0267	4,89 – 5,00	5,17
6,2	59,67	10,18	0,0273	10,13 – 10,23	10,79
4,2	54,65	9,32	0,0236	9,28 – 9,37	9,70
16,3	25,50	2,80	0,0308	2,74 – 2,86	3,37

Tabla 4-56 – Resultados de las predicciones con la recta de regresión del péndulo.

Estimación de Datos de la Auscultación Clásica

T ^a (°C)	Cota (m)	D Auscultación	Error Ajuste	Intervalo Confianza 95%	D Real
13,8	43,55	4,82	0,5594	3,69 – 5,95	5,93
13,7	37,80	5,02	0,5718	3,86 – 6,17	5,55
12,7	21,75	5,51	0,8220	3,85 – 7,17	2,08
2,3	43,20	3,86	0,9436	1,95 – 5,77	6,91
12,1	36,36	4,93	0,4912	3,94 – 5,93	5,94
9,7	44,92	4,42	0,3944	3,62 – 5,22	7,29
4,3	32,39	4,42	0,8416	2,72 – 6,12	5,17
6,2	59,67	10,03	5,5028	-1,09 – 21,16	10,79
4,2	54,65	3,61	0,8211	1,95 – 5,27	9,70
16,3	25,50	5,68	0,9395	3,78 – 7,58	3,37

Tabla 4-57 – Resultados de las predicciones con la recta de regresión de la auscultación.

Estimación de Datos					
Tª (°C)	Cota (m)	D Péndulo	Diferencia con D real	D Auscult.	Diferencia con D real
13,8	43,55	6,51	0,58	4,82	-1,11
13,7	37,80	5,39	-0,16	5,02	-0,53
12,7	21,75	2,30	0,22	5,51	3,43
2,3	43,20	7,20	0,29	3,86	-3,05
12,1	36,36	5,21	-0,73	4,93	-1,01
9,7	44,92	7,05	-0,24	4,42	-2,87
4,3	32,39	4,95	-0,22	4,42	-0,75
6,2	59,67	10,18	-0,61	10,03	-0,76
4,2	54,65	9,32	-0,38	3,61	-6,09
16,3	25,50	2,80	-0,57	5,68	2,31

Tabla 4-58 – Resultados de la comparación entre ambas rectas de regresión.



5. CONCLUSIONES

Trabajo de Fin de Grado:

“Modelización Deformacional de una Presa: aplicación a la presa de la Cohilla”



5. CONCLUSIONES.

5.1 Péndulo.

Los resultados que ha arrojado el péndulo han sido los mejores, ya que han sido los que mejor bondad de ajuste nos han dado. No obstante, ha sido preciso un segundo cálculo de las rectas de regresión en todos los casos, discriminando las primeras lecturas que presentaban valores muy dispersos. Esto se puede deber a la falta de precisión que se tenía antaño, puesto que se está hablando de valores que han sido medidos hace más de 50 años y de ahí que sean datos muy primitivos.

Sin embargo, la gran cantidad de lecturas con la que se ha realizado la segunda prueba con el péndulo ($N \approx 2000$), nos proporciona igualmente un modelo muy fiable, ya que sigue siendo una gran nube de puntos, a pesar de haber discriminado las 2000 primeras lecturas.

Con la discriminación de esas lecturas iniciales, se consigue trabajar con los valores más precisos, como se reflejaba en las gráficas, y, por lo tanto, mejora sustancialmente el modelo inicialmente obtenido con todos los datos ($N \approx 4000$), obteniendo valores de coeficientes de determinación (R^2) muy cercanos a 1, lo que indica la gran fiabilidad de los datos.

La recta de regresión múltiple, con las variables de temperatura y presión, también nos arroja un valor cercano 1, lo que nos hace obtener un modelo realmente preciso a la hora de predecir los desplazamientos en función de una temperatura y una presión hidrostática dada.

5.2 Auscultación Geodésica.

Los valores obtenidos por la auscultación geodésica angular han arrojado valores muy pequeños de los indicadores de calidad, lo que las hace totalmente despreciables para cualquier labor de predicción y/o estimación.

Uno de los grandes inconvenientes a la hora de realizar dicha modelización, es el bajo número de valores que intervienen ($N \approx 40$), con respecto a las lecturas que se tenían del péndulo.

En los diagramas de dispersión, ya se pueden apreciar la gran disparidad que siguen estos datos, siendo valores muy alejados de la recta de regresión obtenida y que, por lo tanto, se obtienen muchos residuos.

Un número bajo de datos con los que trabajar, nos puede arrojar rectas de regresión que se alejan de la realidad, ya que, como es el caso, pueden darnos datos muy dispersos, o, por el contrario, datos que nos proporcionan una recta de regresión que no se ajusta al fenómeno real.

Aun así, el coeficiente de determinación para cualquiera de las rectas (temperatura, presión y la obtenida por el conjunto de ambas), es muy bajo, independientemente del número de datos que se tengan, y por lo tanto se concluye con que no son válidas para realizar estimaciones.

A pesar de ello, y con objeto de experimentación, se realiza una comparativa de estimación con los datos estimados del péndulo.

5.3 Nivelación Geométrica.

Al igual que sucede con la auscultación geodésica angular, la nivelación geométrica cuenta con pocos datos, que repercute en los modelos obtenidos ($N \approx 20$).

Primeramente, y después de calcular los coeficientes de correlación entre las variables aleatorias, ya se aprecia que estos valores de correlación son cercanos a 0, independientemente de su signo, lo que nos hace ver la ausencia de correlación entre ambas.

Aun así, se realizaron las rectas de regresión, que como no podía ser de otra manera, nos proporciona valores de coeficientes de determinación cercanos a 0, lo que hace el modelo desechable completamente.

Realizando una observación de los desplazamientos sufridos por la nivelación, se pueden ver que la mayoría se encuentran en la décima de milímetro, que, junto con las malas correlaciones y coeficientes calculadas para la modelización de dicho movimiento, se pueden afirmar que la presa no sufre movimiento altimétrico.

5.4 Consideraciones Finales.

En primer lugar, cabe destacar la gran diferencia que existe entre los desplazamientos obtenidos con la recta de regresión múltiple de la auscultación clásico, con los datos reales obtenidos. Esto es algo esperado fruto de la débil correlación que se obtenía al calcular la recta de regresión, ya que la recta obtenida por la auscultación no se debe utilizar para modelizar el movimiento.

Sin embargo, la recta de regresión múltiple del péndulo una vez realizada las predicciones con los valores ya conocidos, tiene una precisión muy alta, dando diferencias mínimas, del orden de la décima del milímetro con respecto al desplazamiento original, siendo la mayor diferente del medio milímetro.

Finalmente, se puede dar por buena la recta de regresión lineal múltiple con los datos del péndulo, con las variables aleatorias de temperatura y presión hidrostática, ya que nos proporciona valores muy cercanos a la realidad, y por lo tanto se puede utilizar en futuras previsiones de cara a conocer los movimientos esperados.



6. BIBLIOGRAFÍA

Trabajo de Fin de Grado:

“Modelización Deformacional de una Presa: aplicación a la presa de la Cohilla”





6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] ACCIONA ENERGÍA. *Salto del Nansa*. [Consulta: 11 marzo 2019]. Disponible en: <https://www.acciona-energia.com/es/areas-de-actividad/otras-tecnologias/hidroelectrica/instalaciones-destacadas/saltos-del-nansa/>
- [2] AEMS – RÍOS CON VIDA. 2001. *Estudio hidrobiológico de los caudales de mantenimiento del Río Nansa (Cantabria)*. Disponible en: http://www.riosconvida.es/pdfs/informes/SINTESIS%20ESTUDIO%20AEMS%20NANSA_022006.pdf
- [3] BUENO HERNÁNDEZ, F. (ed.). 2002. *Actas del I Congreso de Historia de las presas. 8-11 noviembre 2000*. Badajoz: Departamento de Publicaciones de la Diputación de Badajoz. ISBN 84-7796-123-9.
- [4] CASTILLO LÓPEZ, E. [et al]. 2017. *Determination of an empirical model for the deformation of a dam on the basis of the hydrostatic thrust and temperature*. ISSN 2374-1600. [Consulta: 7 febrero 2019]. Disponible en UCrea: <http://hdl.handle.net/10902/15878>
- [5] CLASIFICACIÓN NACIONAL DE ACTIVIDADES ECONÓMICAS. 2009. *Listado completo de actividades de la CNAE 2009*. [Consulta: 12 agosto 2019]. Disponible en: <https://www.cnae.com.es/lista-actividades.php>
- [6] COMITÉ NACIONAL ESPAÑOL DE GRANDES PRESAS. 2004. *Auscultación de las presas y sus cimientos*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. ISBN 84-89567-14-X.
- [7] COMITÉ NACIONAL ESPAÑOL DE GRANDES PRESAS. 1996. *Rotura de presas: análisis estadístico*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. ISBN 84-89567-03-4.
- [8] COMITÉ NACIONAL ESPAÑOL DE GRANDES PRESAS. 1994. *Auscultación de presas y sus cimientos: estado del arte*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. ISBN 84-380-0074-6.
- [9] CONFEDERACIÓN HIDROGRÁFICA DEL CANTÁBRICO, O.A. 2018. *Datos Embalse La Cohilla*. [Consulta: 11 marzo 2019]. Disponible en: <https://www.chcantabrico.es/embalses/la-cohilla>
- [10] CONFEDERACIÓN HIDROGRÁFICA DEL CANTÁBRICO. 2014. *Río Nansa*. [Consulta: 12 agosto 2019]. Disponible en: https://www.chcantabrico.es/documents/20143/83020/rio_nansa.pdf/c98711c6-46d2-54a0-f91e-365789d5cc2c
- [11] DE LUIS RUIZ, J.M. 2010. *Contraste en la ejecución de auscultaciones geodésicas por métodos clásicos y con láser escáner*. PIÑA PATÓN, B. (dir.). Tesis doctoral, Universidad de Cantabria. ISBN 978-84-693-2928-3. [Consulta: 22 febrero 2019]. Disponible en UCrea: <http://hdl.handle.net/10902/1616>
- [12] DE LUIS RUIZ, J.M. [et al]. 2015. *Analysis of the correlation between deformation and temperature in a concrete dam*. Institute of Research Engineers and Doctors. ISSN 2372-4102. [Consulta: 7 febrero 2019]. Disponible en UCrea: <http://hdl.handle.net/10902/9852>
- [13] DE LUIS RUIZ, J.M. [et al]. 2015. *Determination of an empirical model for calculating the strain of a dam in terms of hydrostatic thrust*. International Journal of Civil and Structural Engineering– IJCSE. ISSN 2372-3971. [Consulta: 7 febrero 2019]. Disponible en UCrea: <http://hdl.handle.net/10902/9849>
- [14] DE LUIS RUIZ, J.M. 2018. *Topografía Aplicada a la Ingeniería G-619*. Torrelavega: Universidad de Cantabria.
- [15] DE LUIS RUIZ, J.M. 2010. *Topografía y Geodesia G-618*. Torrelavega: Universidad de Cantabria.

- [16] DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CARTOGRÁFICA, GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA. 2005. *Informe de la Investigación "Datos históricos del péndulo de la presa de la Cohilla (Cantabria)"*. Santander: E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Cantabria.
- [17] DEVORE, J.L. 1998. *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. México: International Thomson Editores, cop. ISBN 968-7529-48-2.
- [18] DOMÈNECH MASSONS, J.M. 1985. *Métodos estadísticos: modelo lineal de regresión*. Barcelona: Herder. ISBN 84-254-1442-3.
- [19] ESPAÑA. 2014. *Resolución de 18 de julio de 2014, de la Secretaría del Estado de Medio Ambiente, por la que se formula declaración del impacto ambiental del proyecto Sistema sostenible de paso de salmones por la presa de Palombera, término municipal de Herrerías (Cantabria)*. [Consulta 13 agosto 2019]. Versión pdf. Disponible en: <https://www.boe.es/boe/dias/2014/07/31/pdfs/BOE-A-2014-8253.pdf>
- [20] FERNÁNDEZ GONZÁLEZ, R. 2010. *Metodologías de Modelización*. Universidad Complutense de Madrid: Unidad Docente de Lógica y Filosofía de la Ciencia. [Consulta: 19 agosto 2019]. Disponible en: <https://webs.ucm.es/info/pslogica/modelos.pdf>
- [21] FERRER TORIO, R. 2004. Captura y tratamientos de los datos georreferenciados. En: ESTÉVEZ, X [et al]. *Cursos sobre el Patrimonio Histórico 8: actas de los XIV Cursos Monográficos sobre el Patrimonio Histórico (Reinosa, julio-agosto 2003)*. Santander: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria. pp. 163-174. ISBN 84-8102-382-5.
- [22] FROCHOSO SÁNCHEZ, M. 1990. *Geomorfología del Valle del Nansa*. Santander: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria. ISBN 84-87412-18-1.
- [23] GARCÍA PEREZ, A. 1992. *Estadística Aplicada: Conceptos Básicos*. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia. ISBN 84-362-2811-1.
- [24] HERRERA MARTÍNEZ, C.J. 1998. *Auscultación de una escombrera e instalación solar fotovoltaica*. DE LUIS RUIZ, J.M. (dir.). Proyecto fin de carrera, Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Minera, Universidad de Cantabria, Torrelavega. [Consulta: 19 febrero 2019]. Disponible en la Biblioteca de Minas y Energía de la Universidad de Cantabria.
- [25] HUSILLOS RODRÍGUEZ, R. 1997. *Auscultación y posterior reutilización de una escombrera de carbón*. DE LUIS RUIZ, J.M. (dir.). Proyecto fin de carrera, Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Minera, Universidad de Cantabria, Torrelavega. [Consulta: 19 febrero 2019]. Disponible en la Biblioteca de Minas y Energía de la Universidad de Cantabria.
- [26] INSTITUTO ARAGONÉS DE CIENCIAS DE LA SALUD. *Correlación y Regresión Lineal*. [Consulta: 19 agosto 2019]. Disponible en: <http://www.ics-aragon.com/cursos/salud-publica/2014/pdf/M2T04.pdf>
- [27] LLOPIS PÉREZ, J. 1996. *La estadística: una orquesta hecha instrumento*. Barcelona: Ariel. ISBN 84-344-8024-7.
- [28] LOSADA PEREZ, C. 2017. *Auscultación Deformacional por Métodos Geodésicos Clásicos de Presas de Hormigón de Gravedad*. RODRÍGUEZ-VELLANDO, P; MARTÍNEZ LAGE, I. (dirs.). Tesis doctoral, Universidade Da Coruña. [Consulta: 15 marzo 2019]. Disponible en el Repositorio Universidade Coruña: <https://ruc.udc.es/dspace/handle/2183/19323>
- [29] MEER LECHA-MARZO, Á. 2013. *Valle del Nansa y Peñarrubia (Cantabria)*. Santander: Fundación Botín. ISBN 978-84-15469-24-7.

- [30] MINISTERIO DE MEDIO AMBIENTE. 2006. *La Migración y los Peces Migradores*. [Consulta: 10 agosto 2019]. Disponible en: https://www.miteco.gob.es/es/biodiversidad/temas/conservacion-de-especies-amenazadas/cap01_tcm30-195242.pdf
- [31] MINISTERIO PARA LA TRANSICIÓN ECOLÓGICA. 2015. *Gestión de la seguridad de las presas. Clasificación en función del riesgo potencial*. [Consulta: 12 marzo 2019]. Disponible en: <https://www.miteco.gob.es/es/agua/temas/seguridad-de-presas-y-embalses/gestion-seguridad-presas/clasificacion.aspx>
- [32] NOCEDA, M.Á. 1991. *Fenosa y ENDESA adquieren el 50% de Saltos del Nansa al Banco Central*. El País.
- [33] PEREDA GARCÍA, R. 2004. El Sistema de Posicionamiento Global G.P.S. En: ESTÉVEZ, X [et al]. *Cursos sobre el Patrimonio Histórico 8: actas de los XIV Cursos Monográficos sobre el Patrimonio Histórico (Reinosa, julio-agosto 2003)*. Santander: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria. pp. 197-202. ISBN 84-8102-382-5.
- [34] PEREDA GARCÍA, R [et al]. 2013-2014. *Topografía y Geodesia G-337: Captura y tratamientos de desniveles*. Santander: Universidad de Cantabria.
- [35] SAINZ BORDA, J.Á. 2002. La presa de la Cohilla: una bóveda especial. En: *Actas del I Congreso de Historia de las presas*. Badajoz: Departamento de Publicaciones de la Diputación de Badajoz. ISBN 84-7796-123-9. Vol. 1, pp. 381-395.
- [36] SANZ SAIZ, J. 1990. *Tudanca y el Nansa: evocaciones y paisaje*. Santander: Fundación Marcelino Botín. ISBN 84-404-6799-0.
- [37] SILIÓ DE LUIS, C. 2013. *Auscultación geodésica de la presa del Besaya, Torrelavega*. DE LUIS RUIZ, J.M. (dir.). Trabajo Fin de Grado. Escuela Politécnica de Ingeniería de Minas y Energía, Universidad de Cantabria. [Consulta: 7 febrero 2019]. Disponible en UCre: <http://hdl.handle.net/10902/3329>.
- [38] UNIVERSIDAD DE CANTABRIA. 2014. *La Energía en Cantabria en un Marco Globalizado*. [Consulta: 20 agosto 2019]. Disponible en: https://web.unican.es/departamentos/diee/Documents/Info%20Dpto/LIBRO_ENERGIA.pdf
- [39] VALLE DEL NANSA Y PEÑARRUBIA. 2015. *Salto hidroeléctrico de Peña Bejo*. [Consulta: 13 agosto 2019]. Disponible en: <https://www.valledelnansa.org/pdi/salto-hidroel%C3%A9ctrico-de-pe%C3%B1a-bejo>.